

Prova d'esame parziale  
di Matematica  
19/11/2009

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

**Esercizio 1**

Risolvere la seguente equazione.

$$x = \sqrt{3^3 - 3^1 + 3^0} + \frac{2^4}{2^2} \quad \boxed{x =}$$

**Esercizio 2**

Risolvere la seguente disequazione.

$$\frac{(x-1)}{(x+1)} - 1 \geq 0$$

$x \in (-\infty, -1)$       $x \in (1, \infty)$       $x \in (-\infty, 1)$

$x \in (-1, \infty)$      Nessuna delle precedenti

**Esercizio 3**

Sul piano cartesiano siano  $A = (-2, 1)$  e  $B = (2, 3)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$\overline{AB} =$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$M = ( \quad , \quad )$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$m = \quad , q =$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  parallela ad  $r$  e passante per  $C = (2, -1)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$m_s = \quad , q_s =$

#### Esercizio 4

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(a)  $A = [-2, +\infty)$

$Max =$    $Min =$   Superiormente limitato  Inferiormente limitato

(b)  $B = \{0\} \cup (-3, -2] \cup [1, 2]$

$Max =$    $Min =$   Superiormente limitato  Inferiormente limitato

#### Esercizio 5

Sia  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  calcolare.

(a)  $f(2) - f(1) =$

(b)  $f(a - 1) =$

(c)  $f(f(-2)) =$

#### Esercizio 6

Sia  $f(x) = b - ax$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

(a)  $f(1) = 2$   $f(2) = 3$

$a = -1$   $a = 0$   $a = 3$   $a = \pi$   
 $b = 1$   $b = 2$   $b = 2$   $b = e^2$  Nessuna delle precedenti

#### Esercizio 7

Date  $f(x) = 1 - 2x$  e  $g(x) = x$  determinare le soluzioni di

(a)  $2f(x) + g(x) = x - 1$   $x =$

#### Esercizio 8

Determinare se le seguenti funzioni sono pari o dispari.

(a)  $f(x) = \cos(2x)$

Pari  Dispari  Nè pari nè dispari  Sia pari sia dispari

(b)  $f(x) = e^x + e^{-x}$

Pari  Dispari  Nè pari nè dispari  Sia pari sia dispari

(c)  $f(x) = \cos(x) - \sin(x)$

Pari  Dispari  Nè pari nè dispari  Sia pari sia dispari

**Esercizio 9**

Calcolare il dominio delle seguenti funzioni.

(a)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

(b)  $f(x) = \log(x + 7)$

**Esercizio 10**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{\theta \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2-1} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x^2-1} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3} =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3}}{x} =$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{x+1}}{x-1} =$

**Esercizio 11**

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x} & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ \log(x) & x > 1 \end{cases}$$

**Esercizio 12**

Per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione è continua.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} a \cdot \frac{e^x - 1}{x} & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ b & x > 1 \end{cases}$$

$$a = \boxed{\phantom{000}}$$

$$b = \boxed{\phantom{000}}$$

**Esercizio 13**

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{sen}(3x)} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos(2x)} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(x)}{x} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(d) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x + x^2}\right)^{x^2} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(e) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2\operatorname{sen}(x))}{x} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(f) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{e^x - 1} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(g) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{sen}(x) - 1}{3} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(h) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \tan^2(x) - \cos(x)} = \boxed{\phantom{000}}$$