

Esame di Matematica  
Seconda prova parziale  
08/01/2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

**Esercizio 1**

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) \quad f(x) = 5x^6 - 2x^5 \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(b) \quad f(x) = x^2 \cdot \cos(x) \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(c) \quad f(x) = \sin(x^2) \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(d) \quad f(x) = \frac{\log(x)}{e^x} \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Esercizio 2**

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2}}{x^2} = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin(x)}{x + \sin(x) + 1} = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Esercizio 3**

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

$$(a) \quad f(x) = x \cdot \log(x^4) \quad \frac{d^4}{dx^4} f(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Esercizio 4**

Assunte le funzioni  $y(x)$  (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

$$(a) \quad y = \sin(x) \quad y''' + y'' + y' + y = 0 \quad \boxed{\text{Vera}} \quad \boxed{\text{Falsa}}$$

$$(b) \quad y = e^{-x} \quad y''' + y'' + y' + y = e^{-x} \quad \boxed{\text{Vera}} \quad \boxed{\text{Falsa}}$$

### **Esercizio 5**

Studiare la seguente funzione.

Dominio. Periodicità. Simmetrie. Continuità. Derivabilità.  
Calcolo derivata prima. Calcolo derivata seconda. Massimi e  
minimi relativi ed assoluti. Concavità e convessità. Asintoti  
orizzontali, verticali e obliqui. Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$



**Esercizio 6**

Trovare l'equazione della retta tangente ad  $f$  in  $x_0$ . ( $r: y = mx + q$ )

$$(a) \quad f(x) = x^4 \quad x_0 = 1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

$$(b) \quad f(x) = 1 - e^x \quad x_0 = -1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

**Esercizio 7**

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \sqrt{x} & 0 \leq x < 1 \\ \log(x) + 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x) = |-x| + x$$

**Esercizio 8**

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int \frac{1}{3x} + \cos(3x) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(b) \quad \int \frac{\sin(x)}{\cos(x) + 2} \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(c) \quad \int x(e^x + \sin(x)) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(d) \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2(x)} + \sin(2x) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(e) \quad \int_0^2 5x^4 + 2x^3 \, dx = \boxed{\quad}$$

**Esercizio 9**

Data la funzione  $f$  e il punto  $x_0$  calcolare  $f'(x_0)$ .

$$f(x) = \frac{\log(x)}{x} \quad x_0 = 1 \quad f'(x_0) = \boxed{\quad}$$