

Esame di Matematica
Seconda prova parziale
08/01/2010

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) \quad f(x) = 3 + 4x^7 \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(b) \quad f(x) = x^2 \cdot \sin(x) \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(c) \quad f(x) = \cos(x^2) \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(d) \quad f(x) = \frac{x^2}{\cos(x)} \quad f'(x) = \boxed{}$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + x^2 - e^x}{e^x + x} = \boxed{}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin(x)}{x + \cos(x) + 1} = \boxed{}$$

Esercizio 3

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

$$(a) \quad f(x) = x \cdot \log(x^2) \quad \frac{d^4}{dx^4} f(x) = \boxed{}$$

Esercizio 4

Assunte le funzioni $y(x)$ (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

$$(a) \quad y = \cos(x) \quad y''' - y'' + y' - y = 0 \quad \boxed{\text{Vera}} \quad \boxed{\text{Falsa}}$$

$$(b) \quad y = x^6 \quad x^2 y'' - xy' - 6y = x^6 \quad \boxed{\text{Vera}} \quad \boxed{\text{Falsa}}$$

Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

Dominio. Periodicità. Simmetrie. Continuità. Derivabilità.
Calcolo derivata prima. Calcolo derivata seconda. Massimi e
minimi relativi ed assoluti. Concavità e convessità. Asintoti
orizzontali, verticali e obliqui. Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \log(|x| + 1)$$

Esercizio 6

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r: y = mx + q$)

$$(a) \quad f(x) = x^3 \quad x_0 = 1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

$$(b) \quad f(x) = e^2 x \quad x_0 = -1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ \tan(x) & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ x & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

☐
☐
☐
☐
☐

$$(b) \quad f(x) = |x| + x$$

☐
☐
☐
☐
☐
Esercizio 8

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int \frac{1}{\cos^2(x)} + \frac{1}{x} + e^x \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(b) \quad \int \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(c) \quad \int x(e^x + \cos(x)) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(d) \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} \cos(x) + \sin(2x) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(e) \quad \int_{-1}^1 e^x - e^{-x} \, dx = \boxed{\quad}$$

Esercizio 9

Data la funzione f e il punto x_0 calcolare $f'(x_0)$.

$$f(x) = e^{x-1} \cdot \log(x) \cdot \cos \frac{\pi x}{2} \quad x_0 = 1 \quad f'(x_0) = \boxed{\quad}$$