

Esame di Matematica
Seconda prova parziale
08/01/2010

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) \quad f(x) = 2x^5 + 5x^6 \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(b) \quad f(x) = e^x \cdot \cos(x) \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(c) \quad f(x) = \log(\cos(x)) \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(d) \quad f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} \quad f'(x) = \boxed{}$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \log(x)}{1 + \frac{1}{x}} = \boxed{}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x) - x}{\cos(x) - x} = \boxed{}$$

Esercizio 3

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

$$(a) \quad f(x) = \frac{e^x + e^{2x}}{2} \quad \frac{d^4}{dx^4} f(x) = \boxed{}$$

Esercizio 4

Assunte le funzioni $y(x)$ (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

$$(a) \quad y = e^{2x} \quad y''' - y'' - y' - y = e^{2x}$$

Vera

Falsa

$$(b) \quad y = x^3 \quad x^3 y''' - x^2 y'' - x y' + y = x^3$$

Vera

Falsa

Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

Dominio. Periodicità. Simmetrie. Continuità. Derivabilità.
Calcolo derivata prima. Calcolo derivata seconda. Massimi e
minimi relativi ed assoluti. Concavità e convessità. Asintoti
orizzontali, verticali e obliqui. Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

Esercizio 6

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r: y = mx + q$)

$$(a) \quad f(x) = 1 + e^x \quad x_0 = 1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

$$(b) \quad f(x) = x^5 \quad x_0 = -1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} e^{-(x+1)} & x < -1 \\ -x & -1 \leq x < 1 \\ e^{1-x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x) = x - |x|$$

Esercizio 8

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int \sin(2x) - x - \frac{1}{x} dx = \boxed{\quad}$$

$$(b) \quad \int e^x \cos(e^x) dx = \boxed{\quad}$$

$$(c) \quad \int 1 - x \cdot \cos(4x) dx = \boxed{\quad}$$

$$(d) \quad \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin(3x) + 3 \cos(x) dx = \boxed{\quad}$$

$$(e) \quad \int_{-1}^2 2x^3 + 3x^2 dx = \boxed{\quad}$$

Esercizio 9

Data la funzione f e il punto x_0 calcolare $f'(x_0)$.

$$f(x) = \frac{\sin(x) + \cos(x)}{\sqrt{x}} \quad x_0 = \frac{\pi}{3} \quad f'(x_0) = \boxed{\quad}$$