

Esame di Matematica  
Seconda prova parziale  
08/01/2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

**Esercizio 1**

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

(a)  $f(x) = x^3 - x + 1$   $f'(x) =$

(b)  $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$   $f'(x) =$

(c)  $f(x) = \log(\sin(x))$   $f'(x) =$

(d)  $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$   $f'(x) =$

**Esercizio 2**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos(x)}{\pi - x} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin(x) + 1}{x + \sin(x)} =$

**Esercizio 3**

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

(a)  $f(x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{8}$   $\frac{d^4}{dx^4} f(x) =$

**Esercizio 4**

Assunte le funzioni  $y(x)$  (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

(a)  $y = 1 - e^x$

$y''' - y'' - y' + y = 1$

Vera

Falsa

(b)  $y = x^4$

$x^3 y''' - x^2 y'' - x y' + y = x^4$

Vera

Falsa

### **Esercizio 5**

Studiare la seguente funzione.

Dominio. Periodicità. Simmetrie. Continuità. Derivabilità.  
Calcolo derivata prima. Calcolo derivata seconda. Massimi e  
minimi relativi ed assoluti. Concavità e convessità. Asintoti  
orizzontali, verticali e obliqui. Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$



**Esercizio 6**

Trovare l'equazione della retta tangente ad  $f$  in  $x_0$ . ( $r: y = mx + q$ )

$$(a) \quad f(x) = \cos(x) \quad x_0 = \frac{\pi}{4} \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

$$(b) \quad f(x) = x^6 \quad x_0 = -1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

**Esercizio 7**

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x < 1 \\ x^2 + x - 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x) = |-x| - x$$

**Esercizio 8**

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int e^{2x} + 1 + x^4 \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(b) \quad \int \sin(x) \cdot \log(\cos(x)) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(c) \quad \int 1 - x \cdot \sin(5x) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(d) \quad \int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(e) \quad \int_0^1 3x^5 + 5x^9 \, dx = \boxed{\quad}$$

**Esercizio 9**

Data la funzione  $f$  e il punto  $x_0$  calcolare  $f'(x_0)$ .

$$f(x) = \frac{\sin(\pi x^2) \cos(\pi x^2)}{x} \quad x_0 = 1 \quad f'(x_0) = \boxed{\quad}$$