

Esame di Matematica  
Seconda prova parziale  
08/01/2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

**Esercizio 1**

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) \quad f(x) = 4x^5 - 5x^4 \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(b) \quad f(x) = e^x \cdot \sin(x) \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(c) \quad f(x) = \log(x^2) \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(d) \quad f(x) = \frac{e^x}{\log(x)} \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Esercizio 2**

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^x}{e^x + x} = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin(x)}{x - \cos(x)} = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Esercizio 3**

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

$$(a) \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad \frac{d^4}{dx^4} f(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Esercizio 4**

Assunte le funzioni  $y(x)$  (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

$$(a) \quad y = e^{-x} \quad y''' + y'' + y' + y = 0 \quad \boxed{\text{Vera}} \quad \boxed{\text{Falsa}}$$

$$(b) \quad y = \sin(x) \quad y''' + y'' + y' + y = \sin(x) \quad \boxed{\text{Vera}} \quad \boxed{\text{Falsa}}$$

### **Esercizio 5**

Studiare la seguente funzione.

Dominio. Periodicità. Simmetrie. Continuità. Derivabilità.  
Calcolo derivata prima. Calcolo derivata seconda. Massimi e  
minimi relativi ed assoluti. Concavità e convessità. Asintoti  
orizzontali, verticali e obliqui. Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \frac{e^{x-1}}{x^2}$$



**Esercizio 6**

Trovare l'equazione della retta tangente ad  $f$  in  $x_0$ . ( $r: y = mx + q$ )

$$(a) \quad f(x) = 1 - e^x \quad x_0 = 1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

$$(b) \quad f(x) = x^4 \quad x_0 = -1 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

**Esercizio 7**

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 1 & x < -\pi \\ \cos(-x) & -\pi \leq x < \frac{\pi}{4} \\ \sin(x) & x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x) = |x| - x$$

**Esercizio 8**

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int \cos(3x) + x^2 + \frac{1}{2x} dx = \boxed{\quad}$$

$$(b) \quad \int \frac{e^{\tan(x)}}{\cos^2(x)} dx = \boxed{\quad}$$

$$(c) \quad \int 1 - x \cdot e^{3x} dx = \boxed{\quad}$$

$$(d) \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x) + \frac{1}{\cos^2(x)} dx = \boxed{\quad}$$

$$(e) \quad \int_1^2 \frac{1}{x} + x dx = \boxed{\quad}$$

**Esercizio 9**

Data la funzione  $f$  e il punto  $x_0$  calcolare  $f'(x_0)$ .

$$f(x) = \tan(x) + \sqrt{x} \cdot \sin(x) \quad x_0 = \frac{\pi}{4} \quad f'(x_0) = \boxed{\quad}$$