

Esame di Matematica
Seconda prova parziale
08/01/2010

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) \quad f(x) = 1 - 5x^2 \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(b) \quad f(x) = x^2 \cdot e^x \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(c) \quad f(x) = e^{\cos(x)} \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(d) \quad f(x) = \frac{\sin(x)}{x^2} \quad f'(x) = \boxed{}$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2}}{x^2 \cdot \log(x)} = \boxed{}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \cos(x) + 1}{x + \cos(x)} = \boxed{}$$

Esercizio 3

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

$$(a) \quad f(x) = x^2 \cdot \log(x) \quad \frac{d^4}{dx^4} f(x) = \boxed{}$$

Esercizio 4

Assunte le funzioni $y(x)$ (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

$$(a) \quad y = 1 + e^x \quad y''' - y'' - y' + y = 1 \quad \boxed{\text{Vera}} \quad \boxed{\text{Falsa}}$$

$$(b) \quad y = x^5 \quad x^2 y'' - xy' - 5y = x^5 \quad \boxed{\text{Vera}} \quad \boxed{\text{Falsa}}$$

Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

Dominio. Periodicità. Simmetrie. Continuità. Derivabilità.
Calcolo derivata prima. Calcolo derivata seconda. Massimi e
minimi relativi ed assoluti. Concavità e convessità. Asintoti
orizzontali, verticali e obliqui. Tracciarne il grafico.

$$f(x) = (\cos(x) + 1)^2$$

Esercizio 6

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r: y = mx + q$)

$$(a) \quad f(x) = \sin(x) \quad x_0 = \frac{\pi}{4} \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

$$(b) \quad f(x) = e^{-x} \quad x_0 = -2 \quad \boxed{m = \quad, q = \quad}$$

Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ e^{x-1} - 1 & 0 \leq x < 1 \\ \log(x) & x \geq 1 \end{cases}$$

☐
☐
☐
☐
☐

$$(b) \quad f(x) = x - |-x|$$

☐
☐
☐
☐
☐
Esercizio 8

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int e^{-x} + 1 - x^5 \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(b) \quad \int \frac{\sqrt{\log(x)}}{x} \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(c) \quad \int 1 - x \cdot \log(6x) \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(d) \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2(\frac{x}{2})} \, dx = \boxed{\quad}$$

$$(e) \quad \int_2^3 x^2 + \frac{1}{x} \, dx = \boxed{\quad}$$

Esercizio 9

Data la funzione f e il punto x_0 calcolare $f'(x_0)$.

$$f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{e^{x-1}} \quad x_0 = 1 \quad f'(x_0) = \boxed{\quad}$$