

Esame di Matematica  
Seconda prova parziale  
08/01/2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

**Esercizio 1**

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

(a)  $f(x) = 4x^5 + 1 - x$        $f'(x) =$

(b)  $f(x) = e^x \cdot \log(x)$        $f'(x) =$

(c)  $f(x) = e^{x^2}$        $f'(x) =$

(d)  $f(x) = \frac{\sin(x)}{\log(x)}$        $f'(x) =$

**Esercizio 2**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin(x)}{\cos(x)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \cos(x) - 1}{x + \cos(x) + 2} =$

**Esercizio 3**

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

(a)  $f(x) = \sin(\lambda x)$        $\frac{d^4}{dx^4} f(x) =$

**Esercizio 4**

Assunte le funzioni  $y(x)$  (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

(a)  $y = x^3$        $x^3 y''' - x^2 y'' - x y' + y = -2x^3$            

(b)  $y = e^{2x}$        $y''' - y'' - y' + y = e^{2x}$

### **Esercizio 5**

Studiare la seguente funzione.

Dominio. Periodicità. Simmetrie. Continuità. Derivabilità.  
Calcolo derivata prima. Calcolo derivata seconda. Massimi e  
minimi relativi ed assoluti. Concavità e convessità. Asintoti  
orizzontali, verticali e obliqui. Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$



**Esercizio 6**

Trovare l'equazione della retta tangente ad  $f$  in  $x_0$ . ( $r: y = mx + q$ )

$$(a) \quad f(x) = x^5 \quad x_0 = 1$$

$$m = \quad, q =$$

$$(b) \quad f(x) = 1 + e^x \quad x_0 = -1$$

$$m = \quad, q =$$

**Esercizio 7**

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} \log(-x) & x < -1 \\ 0 & -1 \leq x < 1 \\ \log(x) & x \geq 1 \end{cases}$$

☐
☐
☐
☐
☐

$$(b) \quad f(x) = |x + 1|$$

☐
☐
☐
☐
☐
**Esercizio 8**

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int \frac{1}{4x} + 4 \cos(x) \, dx =$$

$$(b) \quad \int \frac{\cos(x)}{\sin(x) + 2} \, dx =$$

$$(c) \quad \int x(\cos(x) + \sin(x)) \, dx =$$

$$(d) \quad \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} 4 \cos(x) + \cos(4x) \, dx =$$

$$(e) \quad \int_1^2 2 \log(x) + x \, dx =$$

**Esercizio 9**

Data la funzione  $f$  e il punto  $x_0$  calcolare  $f'(x_0)$ .

$$f(x) = \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sqrt{x}}$$

$$x_0 = \frac{\pi}{6}$$

$$f'(x_0) =$$