

# Prima prova parziale di Matematica

26 Novembre 2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

## Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}}$$

## Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano  $A = (1, -4)$  e  $B = (-3, 2)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$$\overline{AB} =$$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$$M = ( \quad , \quad )$$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$$m = \quad , q =$$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C = (3, 1)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$$m_s = \quad , q_s =$$

## Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a)  $|4x - 3| \leq 9$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |4x - 3| \leq 9\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

(c)  $B = \{5\} \cup [-3, 1] \cup (3, 4)$

$$Max =$$

$$Min =$$

**Esercizio 4**

Sia  $f(x) = ax^2 - b + 3a$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

$$f(1) = 2 \quad \text{e} \quad f(2) = 1$$

$a =$	$b =$
-------	-------

**Esercizio 5**

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a)  $f(x) = -1 + x$

(b)  $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$

(c)  $f(x) = \sqrt{2 + \sin(x)} - \sqrt{2 - \sin(x)}$

**Esercizio 6**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} e^{\tan(x)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3 + x}{1 + x^3} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[2]{x^3} - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[2]{x^3} + \sqrt[3]{x^2}} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3 + 2x} - 1}{x + 1} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(\pi x) =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} =$

### Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\text{sen}(x)}{x} & x < 0 \\ 2e^{(x^2-x)} & 0 \leq x < 1 \\ x + 2 & x \geq 1 \end{cases}$$

### Esercizio 8

Determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione risulta continua nel suo insieme di definizione

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ -x + a & 0 < x \leq 1 \\ x^2 - 2ax + b & x > 1 \end{cases}$$

$a =$

$b =$

### Esercizio 9

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{4x} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan(x)} - 1}{\sin(x)} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x^3 + 1}\right)^{2-x^3} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(3x)}{2x} =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sin^2(x)}{1 - \cos(x) + x} =$

(g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\log(x^2 + 1) - \log(x^2 - 1)] =$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin(x)}{\cos(2x) - \cos(3x)} =$

**Esercizio 10**

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a)  $f(x) = x^7 + 7$

$f'(x) =$

(b)  $f(x) = x^3 \cos(x)$

$f'(x) =$

(c)  $f(x) = -2x^2 \log(x)$

$f'(x) =$

**Esercizio 11**Trovare l'equazione della retta tangente a  $f$  in  $x_0$ .

(a)  $f(x) = \log(x)$        $x_0 = 1$

(b)  $f(x) = e^x - 1$        $x_0 = 0$

# Prima prova parziale di Matematica

26 Novembre 2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

## Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \ln\left(\frac{-x^2 + 4}{x + 3}\right)$$

## Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano  $A = (1, -3)$  e  $B = (-4, 1)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$$\overline{AB} =$$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$$M = ( \quad , \quad )$$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$$m = \quad , q =$$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C = (4, 1)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$$m_s = \quad , q_s =$$

## Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a)  $|3x - 1| \leq 8$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |3x - 1| \leq 8\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

(c)  $B = (-3, 1) \cup (5, 6) \cup \{-4\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

**Esercizio 4**

Sia  $f(x) = ax^2 + ax + b$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

$$f(1) = 3 \quad \text{e} \quad f(2) = 7$$

$a =$	$b =$
-------	-------

**Esercizio 5**

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a)  $f(x) = 1 - x$

(b)  $f(x) = \sin(x^2)$

(c)  $f(x) = \log(2 + x) + \log(2 - x)$

**Esercizio 6**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} 3 \tan(x) + \cos(x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x}{2x - x^3} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x^2}} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+5}}{x+2} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos(\pi x) =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1} =$

### Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{(x+1)} & x \leq -1 \\ 2x + 3 & -1 < x \leq 0 \\ \frac{3\text{sen}(x)}{x} & x > 0 \end{cases}$$

### Esercizio 8

Determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione risulta continua nel suo insieme di definizione

$$f(x) = \begin{cases} -x - a & x \leq -1 \\ x^2 - a + b & -1 < x < 1 \\ \ln(x) & x \geq 1 \end{cases}$$

$a =$

$b =$

### Esercizio 9

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(2x)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos(x) - 1} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \tan(x))}{\sin(x)} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{x+1} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(4x)}{5x} =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos(x)} =$

(g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\log(1 + x) - \log(x^2 - 1)] =$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\cos(2x) - \cos(3x)} =$

**Esercizio 10**

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a)  $f(x) = x^4 + 3$

$f'(x) =$

(b)  $f(x) = x \sin(x)$

$f'(x) =$

(c)  $f(x) = -x + \cos(x)$

$f'(x) =$

**Esercizio 11**Trovare l'equazione della retta tangente a  $f$  in  $x_0$ .

(a)  $f(x) = x^4$        $x_0 = 0$

(b)  $f(x) = x^2 - x$        $x_0 = 1$

# Prima prova parziale di Matematica

26 Novembre 2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

## Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \sqrt{\frac{-x-2}{x^2-4}}$$

## Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano  $A = (-2, 4)$  e  $B = (1, -3)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$$\overline{AB} =$$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$$M = ( \quad , \quad )$$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$$m = \quad , q =$$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C = (7, 1)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$$m_s = \quad , q_s =$$

## Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a)  $|2x - 1| \leq 7$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 1| \leq 7\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

(c)  $B = \{6\} \cup (-1, 2] \cup (3, 4)$

$$Max =$$

$$Min =$$

**Esercizio 4**

Sia  $f(x) = ax^2 - b + 3a$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

$$f(1) = 2 \quad \text{e} \quad f(2) = 1$$

$a =$	$b =$
-------	-------

**Esercizio 5**

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a)  $f(x) = 1 + x^2$

(b)  $f(x) = \sin(x) + \tan(x)$

(c)  $f(x) = \log(2 + x) - \log(2 - x)$

**Esercizio 6**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{6}} \sin(x) + \cos(x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x^3}{x + x^3} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4 \cos(4x) =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x - 2} =$

### Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\text{sen}(x)}{x} & x < 0 \\ 2e^{(x^2-x)} & 0 \leq x < 1 \\ x + 2 & x \geq 1 \end{cases}$$

### Esercizio 8

Determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione risulta continua nel suo insieme di definizione

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ -x + a & 0 < x \leq 1 \\ x^2 - 2ax + b & x > 1 \end{cases}$$

$a =$

$b =$

### Esercizio 9

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin(3x)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{1 - \cos(x)} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin^2(x)} - 1}{\sin(x)} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{(x^2-1)} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(2x)}{3x} =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{x^2 + \sin(x)} =$

(g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\log(x^3) - \log(3x^2)] =$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - \cos(2x)}{\sin(x) \cdot \tan(x)} =$

**Esercizio 10**

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a)  $f(x) = -x$

$f'(x) =$

(b)  $f(x) = x - e^x$

$f'(x) =$

(c)  $f(x) = 3 \cos(x) \sin(x)$

$f'(x) =$

**Esercizio 11**Trovare l'equazione della retta tangente a  $f$  in  $x_0$ .

(a)  $f(x) = x^5$        $x_0 = 1$

(b)  $f(x) = 1 - \sin(x)$        $x_0 = \frac{\pi}{2}$

# Prima prova parziale di Matematica

26 Novembre 2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

## Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{-x^2+1}\right)$$

## Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano  $A = (2, -2)$  e  $B = (-4, 3)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$$\overline{AB} =$$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$$M = ( \quad , \quad )$$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$$m = \quad , q =$$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C = (5, 1)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$$m_s = \quad , q_s =$$

## Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a)  $|6x - 3| \leq 6$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |6x - 3| \leq 6\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

(c)  $B = (-3, 3) \cup (4, 7] \cup \{-4\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

**Esercizio 4**

Sia  $f(x) = ax^2 + ax + b$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

$$f(1) = 3 \quad \text{e} \quad f(2) = 7$$

$a =$	$b =$
-------	-------

**Esercizio 5**

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a)  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

(b)  $f(x) = \sin(2x)$

(c)  $f(x) = \sin(\log(x^2 + 1))$

**Esercizio 6**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \sin^2(x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x+\sqrt{x}}{2-x^2-\sqrt{x}} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}}{x} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8 \sin\left(\frac{x}{8}\right) =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x - 3} =$

**Esercizio 7**

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{(x+1)} & x \leq -1 \\ 2x + 3 & -1 < x \leq 0 \\ \frac{3\text{sen}(x)}{x} & x > 0 \end{cases}$$

**Esercizio 8**

Determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione risulta continua nel suo insieme di definizione

$$f(x) = \begin{cases} -x - a & x \leq -1 \\ x^2 - a + b & -1 < x < 1 \\ \ln(x) & x \leq 1 \end{cases}$$

$$a =$$

$$b =$$

**Esercizio 9**

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\sin(x)}{\sin(4x)} =$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{3x^2} =$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2\sin(x)} - 1}{x} =$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^{-x})^{e^x} =$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(3x)}{4x} =$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{\sin(x)} =$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow +\infty} [\log(x^2) - \log(x^2 - x)] =$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin(x)}{\cos(2x) - \cos(3x)} =$$

**Esercizio 10**

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a)  $f(x) = -1$

$f'(x) =$

(b)  $f(x) = e^x \cos(x)$

$f'(x) =$

(c)  $f(x) = 3x \cos(x) - 1$

$f'(x) =$

**Esercizio 11**

Trovare l'equazione della retta tangente a  $f$  in  $x_0$ .

(a)  $f(x) = x^6$        $x_0 = 0$

(b)  $f(x) = 1 + x^3$        $x_0 = -1$

# Prima prova parziale di Matematica

26 Novembre 2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

## Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-4}}$$

## Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano  $A = (1, -5)$  e  $B = (-3, 2)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$$\overline{AB} =$$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$$M = ( \quad , \quad )$$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$$m = \quad , q =$$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C = (4, 2)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$$m_s = \quad , q_s =$$

## Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a)  $|4x - 3| \leq 5$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |4x - 3| \leq 5\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

(c)  $B = \{8\} \cup (2, 3) \cup [4, 5)$

$$Max =$$

$$Min =$$

**Esercizio 4**

Sia  $f(x) = bx^2 + a - 3b$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

$$f(1) = 5 \quad \text{e} \quad f(2) = -4$$

$a =$	$b =$
-------	-------

**Esercizio 5**

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a)  $f(x) = x + x^3$

(b)  $f(x) = \cos(x) - x$

(c)  $f(x) = \text{tg}(x) + x^4$

**Esercizio 6**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \cos^2(x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + 3x + x^3}{x^2 + 1} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^4} + 1}{\sqrt[2]{x^3} - 1} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 - 1}}{x} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sin\left(\frac{x}{2}\right) =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} =$

### Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5\text{sen}(x)}{x} & x < 0 \\ x + 4 & 0 \leq x < 2 \\ 6e^{(x-2)} & x \geq 2 \end{cases}$$

### Esercizio 8

Determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione risulta continua nel suo insieme di definizione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + b & x \leq -2 \\ x^2 + bx + a & -2 < x < 0 \\ e^x & x \geq 0 \end{cases}$$

a =

b =

### Esercizio 9

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin(x)}{2x} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - 1}{x^2} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{\sin(x) + \tan(x)}}{x} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^x =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(3x)}{2x} =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{1 - \cos(x) + \tan^2(x)} =$

(g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\log(2x^2 + x) - \log(x^2 - x)] =$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \cos(x)}{x \cdot \log(x + 1)} =$

**Esercizio 10**

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a)  $f(x) = x^2 - x + 1$

$f'(x) =$

(b)  $f(x) = e^x \cdot \sin(x)$

$f'(x) =$

(c)  $f(x) = \sin(x) \cos(x) - 1$

$f'(x) =$

**Esercizio 11**Trovare l'equazione della retta tangente a  $f$  in  $x_0$ .

(a)  $f(x) = e^x$        $x_0 = 0$

(b)  $f(x) = \cos(x) + 1$        $x_0 = -\pi$

# Prima prova parziale di Matematica

26 Novembre 2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

## Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \ln\left(\frac{-x^2 + 4}{6 + x}\right)$$

## Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano  $A = (-1, 2)$  e  $B = (3, -3)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$$\overline{AB} =$$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$$M = ( \quad , \quad )$$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$$m = \quad , q =$$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C = (5, 2)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$$m_s = \quad , q_s =$$

## Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a)  $|5x - 1| \leq 4$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |5x - 1| \leq 4\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

(c)  $B = [-5, 5) \cup (7, 8) \cup \{-6\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

**Esercizio 4**

Sia  $f(x) = ax^2 - bx + a$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

$$f(1) = 1 \quad \text{e} \quad f(2) = 17$$

$a =$	$b =$
-------	-------

**Esercizio 5**

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a)  $f(x) = x - x^2$

(b)  $f(x) = \text{tg}(x)$

(c)  $f(x) = \text{tg}(\sqrt{1+x^2})$

**Esercizio 6**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \sin^2(x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2}{x^3 + 3} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2} - 1} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 + 1} - \sqrt{x^3 - 1}}{x^2 + 1} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 \sin(x) + 4 =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} =$

### Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{(x+2)} & x \leq -2 \\ 2x + 2 & -2 < x \leq 0 \\ \frac{4\text{sen}(x)}{x} & x > 0 \end{cases}$$

### Esercizio 8

Determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione risulta continua nel suo insieme di definizione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + b & x \leq -1 \\ x + 2a & -1 < x < 1 \\ \ln(x) & x \geq 1 \end{cases}$$

$a =$

$b =$

### Esercizio 9

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin(3x)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos(2x) - 1} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin(x) + x)}{x} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2 + 1}\right)^{2x^2} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(4x)}{5x} =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x)}{1 - \cos(x) + \sin(x)} =$

(g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\log(x + 2) - \log(2x + 1)] =$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \cos(3x)}{\sin^2(x)} =$

**Esercizio 9**

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a)  $f(x) = x + 1$

$f'(x) =$

(b)  $f(x) = x \log(x)$

$f'(x) =$

(c)  $f(x) = -4 \sin(x) \log(x)$

$f'(x) =$

**Esercizio 10**Trovare l'equazione della retta tangente a  $f$  in  $x_0$ .

(a)  $f(x) = x^2 - 1$        $x_0 = 1$

(b)  $f(x) = -x - \log(x)$        $x_0 = 1$

# Prima prova parziale di Matematica

26 Novembre 2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

## Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \sqrt{\frac{-x^2 + 16}{2x - 4}} \quad \boxed{\phantom{000000}}$$

## Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano  $A = (-3, 4)$  e  $B = (3, -3)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$$\overline{AB} = \boxed{\phantom{000000}}$$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$$M = ( \phantom{00}, \phantom{00} ) \boxed{\phantom{000000}}$$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$$m = \phantom{00}, q = \phantom{00} \boxed{\phantom{000000}}$$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C = (7, 4)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$$m_s = \phantom{00}, q_s = \phantom{00} \boxed{\phantom{000000}}$$

## Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a)  $|2x - 1| \leq 3$   $\boxed{\phantom{000000}}$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 1| \leq 3\}$

$$\begin{array}{|l|l|l|} \hline Max = & Min = & \\ \hline \end{array} \boxed{\phantom{000000}}$$

(c)  $B = (-4, 2) \cup (5, 7) \cup \{-7\}$

$$\begin{array}{|l|l|l|} \hline Max = & Min = & \\ \hline \end{array} \boxed{\phantom{000000}}$$

**Esercizio 4**

Sia  $f(x) = bx^2 + a - 3b$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

$$f(1) = 5 \quad \text{e} \quad f(2) = -4$$

$a =$	$b =$
-------	-------

**Esercizio 5**

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a)  $f(x) = x^2 + 1$

(b)  $f(x) = -\sin(x)$

(c)  $f(x) = \sin(x) \cdot \text{tg}(x)$

**Esercizio 6**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} \cos(x) + \sin(3x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x}{x^2 - 1} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[2]{x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[2]{x}} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2}}{x-1} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos(3x) + 4 =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} =$

### Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5\operatorname{sen}(x)}{x} & x < 0 \\ x + 4 & 0 \leq x < 2 \\ 6e^{(x-2)} & x \geq 2 \end{cases}$$

### Esercizio 8

Determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione risulta continua nel suo insieme di definizione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + b & x \leq -2 \\ x^2 + bx + a & -2 < x < 0 \\ e^x & x \geq 0 \end{cases}$$

$a =$

$b =$

### Esercizio 9

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(7x)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos(2x)} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\log(1 + \sin(x))} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2 + 1}\right)^{x^2 + x} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(2x)}{3x} =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin(x)}{1 - \cos(x) + x^2} =$

(g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\log(x^2) - \log(2x)] =$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - \cos(2x)}{\sin(x^2)} =$

### Esercizio 9

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a)  $f(x) = x - x^3$

$f'(x) =$

(b)  $f(x) = x^2 \cos(x)$

$f'(x) =$

(c)  $f(x) = -5 \cos(x)e^x$

$f'(x) =$

### Esercizio 10

Trovare l'equazione della retta tangente a  $f$  in  $x_0$ .

(a)  $f(x) = \sin(x)$

$x_0 = \frac{\pi}{2}$

(b)  $f(x) = x^4 - x^2$

$x_0 = -1$

# Prima prova parziale di Matematica

26 Novembre 2010

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

## Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 9}{-x - 1}\right)$$

## Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano  $A = (-2, 3)$  e  $B = (1, -2)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$ .

$$\overline{AB} =$$

(b) Determinare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$ .

$$M = ( \quad , \quad )$$

(c) Trovare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ . ( $r : y = mx + q$ ).

$$m = \quad , q =$$

(d) Determinare l'equazione della retta  $s$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C = (5, 2)$ . ( $s : y = m_s x + q_s$ ).

$$m_s = \quad , q_s =$$

## Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a)  $|3x - 5| \leq 2$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |3x - 5| \leq 2\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

(c)  $B = (-1, 1) \cup (4, 5) \cup \{-2\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

**Esercizio 4**

Sia  $f(x) = ax^2 - bx + a$  determinare  $a$  e  $b$  tali che:

$$f(1) = 1 \quad \text{e} \quad f(2) = 17$$

$a =$	$b =$
-------	-------

**Esercizio 5**

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a)  $f(x) = x^3 - x$

(b)  $f(x) = -\cos(-x)$

(c)  $f(x) = \sin(x^2) \cdot \text{ctg}(x)$

**Esercizio 6**

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{3}^+} \cos^2(x) + \sin(x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+x^2}}{\frac{1}{x^2}} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x^2}} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{4-x}}{x-2} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \cos(x) =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} =$

### Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzione.

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{(x+2)} & x \leq -2 \\ 2x + 2 & -2 < x \leq 0 \\ \frac{4\text{sen}(x)}{x} & x > 0 \end{cases}$$

### Esercizio 8

Determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la seguente funzione risulta continua nel suo insieme di definizione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + b & x \leq -1 \\ x + 2a & -1 < x < 1 \\ \ln(x) & x \geq 1 \end{cases}$$

$a =$

$b =$

### Esercizio 9

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(x)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{3x^2} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)} - 1}{\tan(x)} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^{x^2-x} =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(3x)}{4x} =$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{1 - \cos(x) + x^3} =$

(g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \log\left(x + \frac{1}{x}\right) - \log\left(x - \frac{1}{x}\right) \right] =$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - \cos(x)}{\tan(x^2)} =$

**Esercizio 9**

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a)  $f(x) = x^2 + 1$

$f'(x) =$

(b)  $f(x) = x^4 \sin(x)$

$f'(x) =$

(c)  $f(x) = -4x \sin(x)$

$f'(x) =$

**Esercizio 10**Trovare l'equazione della retta tangente a  $f$  in  $x_0$ .

(a)  $f(x) = x^3$        $x_0 = 1$

(b)  $f(x) = x + x^2$        $x_0 = -1$