

Esame di Matematica
Seconda prova parziale
21/01/2011

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1....

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) \quad f(x) = x^4 + x^5 \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(b) \quad f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x) \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(c) \quad f(x) = \log(\sin(x)) \quad f'(x) = \boxed{}$$

$$(d) \quad f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1} \quad f'(x) = \boxed{}$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(x) - x}{x - 1 - \cos(x)} = \boxed{}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - e^x + \sin(x) - 1}{x + e^x - \sin(x) - 1} = \boxed{}$$

Esercizio 3

Calcolare la derivata terza della seguente funzione:

$$(a) \quad f(x) = e^x - e^{-x} \quad \frac{d^3}{dx^3} f(x) = \boxed{}$$

Esercizio 4

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r: y = mx + q$)

$$(a) \quad f(x) = x^2 + 1 \quad x_0 = 1 \quad \boxed{m = , q = }$$

$$(b) \quad f(x) = 2e^x \quad x_0 = -2 \quad \boxed{m = , q = }$$

Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

- (a) Dominio. (b) Periodicità. (c) Simmetrie. (d) Continuità.
(e) Derivabilità. (f) Calcolo derivata prima. (g) Calcolo
derivata seconda. (h) Massimi e minimi relativi ed assoluti.
(i) Concavità e convessità. (l) Asintoti orizzontali, verticali
e obliqui. (m) Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \frac{e^{x-1}}{x+1}$$

Esercizio 6

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguenti funzioni e calcolare la derivata nei punti di derivabilità.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x < 0 \\ -\sin(x) & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -1 & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$(b) \quad f'(x) = \begin{cases}$$

$$(c) \quad g(x) = |x+1| - |2x|$$

$$(d) \quad g'(x) = \begin{cases}$$

Esercizio 7

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int x^3 + 1 \, dx = \boxed{}$$

$$(b) \quad \int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot \cos^2(\sqrt{x})} \, dx = \boxed{}$$

$$(c) \quad \int 5x \cdot \log(x) \, dx = \boxed{}$$

$$(d) \quad \int_{-2}^0 1 - x^2 \, dx = \boxed{}$$

$$(e) \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) - \frac{1}{\cos^2(x)} \, dx = \boxed{}$$

Esercizio 8

Data la funzione f e il punto x_0 calcolare $f'(x_0)$.

$$f(x) = e^{\sin^2(x)} \quad x_0 = \frac{\pi}{4} \quad f'(x_0) = \boxed{}$$