

Esame di Matematica  
Seconda prova parziale  
21/01/2011

N. MATRICOLA .....

COGNOME e NOME.....

**Esercizio 1...**

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) \quad f(x) = 2 - x + x^2 \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(b) \quad f(x) = \log(x) \cdot \cos(x) \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(c) \quad f(x) = \log(\cos(x)) \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(d) \quad f(x) = \frac{\log(x)}{\sin(x)} \quad f'(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

**Esercizio 2**

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sin(x)}{x - \cos(x)} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x+1)}{e^x + x + \sin(x) - 1} = \boxed{\phantom{000}}$$

**Esercizio 3**

Calcolare la derivata terza della seguente funzione:

$$(a) \quad f(x) = x \cdot \log(x) \quad \frac{d^3}{dx^3} f(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

**Esercizio 4**

Trovare l'equazione della retta tangente ad  $f$  in  $x_0$ . ( $r: y = mx + q$ )

$$(a) \quad f(x) = \cos(x) \quad x_0 = \frac{\pi}{2} \quad \boxed{m = \phantom{00}, q = \phantom{00}}$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{1}{x^2} \quad x_0 = -1 \quad \boxed{m = \phantom{00}, q = \phantom{00}}$$

### Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

- (a) Dominio. (b) Periodicità. (c) Simmetrie. (d) Continuità.  
(e) Derivabilità. (f) Calcolo derivata prima. (g) Calcolo  
derivata seconda. (h) Massimi e minimi relativi ed assoluti.  
(i) Concavità e convessità. (l) Asintoti orizzontali, verticali  
e obliqui. (m) Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x-1}$$



**Esercizio 6**

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguenti funzioni e calcolare la derivata nei punti di derivabilità.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ x + (1-x)^2 & x \geq 1 \end{cases}$$

☐
☐
☐
☐
☐

$$(b) \quad f'(x) = \begin{cases}$$

$$(c) \quad g(x) = |2x| - |x-1|$$

☐
☐
☐
☐
☐

$$(d) \quad g'(x) = \begin{cases}$$

**Esercizio 7**

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int \frac{1}{\cos^2(x)} + x \, dx = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(b) \quad \int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \, dx = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(c) \quad \int 4x \cdot e^x \, dx = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(d) \quad \int_{-1}^1 10x^4 - x^3 \, dx = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$(e) \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} -\sin(3x) \, dx = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Esercizio 8**

Data la funzione  $f$  e il punto  $x_0$  calcolare  $f'(x_0)$ .

$$f(x) = e^{\cos^2(x)} \quad x_0 = \frac{\pi}{4} \quad f'(x_0) = \boxed{\phantom{000000}}$$