Esercizi di ricapitolazione sulla prima parte del corso.

Esercizio 1
Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-6}{x-1}} + \ln(-x+7)$$

Esercizio 2
Sul piano cartesiano siano $A = (-2, 1)$ e $B = (2, 4)$
(a) Determinare la lunghezza del segmento $\overline{AB}$.

$\overline{AB} =$

(b) Determinare il punto medio M del segmento $\overline{AB}$.

$M = (\quad , \quad)$

(c) Trovare l'equazione della retta r passante per A e B.($r: \; y = mx + q$).

$m = \qquad , q =$

(d) Determinare l'equazione della retta s perpendicolare ad r e passante per $C = (3, -1)$. ($s: \; y = m_s x + q_s$).

$m_s = \qquad , q_s =$

Esercizio 3
Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.
(a) $e^{2x+1} \leq 1$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.
(b) $A = \{x \in \mathbb{R} : e^{2x+1} \leq 1\}$

$Max =$ $\qquad$ $Min =$

(c) $B = \{1\} \cup [-4, -2] \cup (2, 3)$

$Max =$ $\qquad$ $Min =$

Esercizio 4

Sia $f(x) = ax^2 - bx + 3$ determinare a e b tali che:

$f(1) = 2$ e $f(3) = 6$

$a =$	$b =$

Esercizio 5

Sia $f(x) = ax^2 + 3$ calcolare $f(f(x))$

$f(f(x)) = \boxed{}$

Esercizio 6

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a) $f(x) = \sqrt{2+3x} + \sqrt{2-3x}$ $\boxed{}$

(b) $f(x) = x^3 - \operatorname{sen}(x)$ $\boxed{}$

(c) $f(x) = \tan(x^3) + |x|$ $\boxed{}$

Esercizio 7

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\operatorname{tg}(x)}{\cos(x)} = \boxed{}$$

$$(b) \quad \lim_{x \to 1} \frac{x-1}{2x^2 - 5x + 3} = \boxed{}$$

$$(c) \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{2x + 3 - x^2}{4 - 2x + 4x^2} = \boxed{}$$

$$(d) \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt[5]{x} + \sqrt{x^3}} = \boxed{}$$

$$(e) \quad \lim_{x \to 3} \frac{3x - 9}{\sqrt{3x-2} - \sqrt{10-x}} = \boxed{}$$

Esercizio 8

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguente funzioni.

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x < 0 \\ \frac{e^x - 1}{x} & 0 \leq x < 1 \\ e^{-x} - 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1-x)}{x} & x < 0 \\ x^2 + 2x + 1 & 0 \leq x < 2 \\ 4e^{(x^2-4)} & x \geq 2 \end{cases}$$

Esercizio 9

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

(a) $f(x) = x^2 + 3$ $\quad f'(x) =$

(b) $f(x) = -e^x \cdot x$ $\quad f'(x) =$

(c) $f(x) = 3\ln(x) \cdot e^x$ $\quad f'(x) =$

Esercizio 10

Trovare l'equazione della retta tangente a f in x_0.

(a) $f(x) = e^x$ $\quad x_0 = 0$

(b) $f(x) = \sin(2x)$ $\quad x_0 = \frac{\pi}{2}$

Esercizio 11

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{tg}(3x)}{\mathrm{sen}(2x)} =$$

$$(b) \quad \lim_{x \to 1^+} \frac{\cos(\sqrt{x-1}) - 1}{x^2 - 1} =$$

$$(c) \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{\mathrm{sen}(x^3)}{x^3} =$$

$$(d) \quad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} (1-\mathrm{ctg}(x))^{\frac{1}{\cos(x)}} = \boxed{}$$

$$(e) \quad \lim_{x\to-\infty} \left(1+\frac{2}{3x}\right)^x = \boxed{}$$

$$(f) \quad \lim_{x\to 0} \frac{1-e^{x^3+2x^2}}{\mathrm{sen}^2(x)} = \boxed{}$$

$$(g) \quad \lim_{x\to+\infty} [\,\mathrm{sen}(x)+1\,] = \boxed{}$$

$$(h) \quad \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\cos(x)+\ln(1-x^2)-1} = \boxed{}$$

Soluzioni

Esercizio 1 $(-\infty,1)\cup(6,7)$

Esercizio 2 a) 5; b) $(0,\frac{5}{2})$; c) $m=\frac{3}{4}$, $q=\frac{5}{2}$; d) $m_s=-\frac{4}{3}$, $q_s=3$

Esercizio 3 a) $(-\infty,-\frac{1}{2}]$; b) max $=-\frac{1}{2}$, l'insieme A è superiormente limitato ma non è inferiormente limitato; c) min $=-4$, l'insieme B è superiormente e inferiormente limitato

Esercizio 4 $a=1$, $b=2$

Esercizio 5 $a^3x^4+6a^2x^2+9a+3$

Esercizio 6 a) pari; b) dispari; c) nè pari nè dispari.

Esercizio 7 a) $+\infty$; b) -1; c) $-\frac{1}{4}$; d) 0; e) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$;

Esercizio 8 a) 1; b) 0, 2;

Esercizio 9 a) $2x$; b) $(x-1)e^x$; c) $3e^x(\ln(x)+\frac{1}{x})$

Esercizio 10 a) $y=x+1$; b) $y=-2x+\pi$

Esercizio 11 a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) 0; d) e^{-1}; e) $e^{\frac{2}{3}}$; f) -2; g) N.E.; h) $-\frac{2}{3}$