

Esercizi 7.

Problemi sulle derivate

3/11/2010

Esercizio 1

Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = x^6 + 4x^4 + 0.5x^2$$

$$(b) \quad f(x) = a \cdot x^2 + b\sqrt[3]{x} + c \cdot \sqrt[7]{x^3}$$

$$(c) \quad f(x) = 3\text{sen}(x) + 4\text{cos}(x) + 5\tan(x)$$

Esercizio 2

Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = x^7 \cdot \text{sen}(x)$$

$$(b) \quad f(x) = (1 - \tan(x)) \cdot \cos(x)$$

$$(c) \quad f(x) = x^3 \tan(x) + x \text{sen}(x) + \cos(x)$$

Esercizio 3

Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = e^x + \log(x)$$

$$(b) \quad f(x) = a \cdot e^x - b \cdot \log(x)$$

$$(c) \quad f(x) = 3 \cdot e^x \cdot \log(x)$$

Esercizio 4

Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = \frac{1}{x^4 + x^3 + 1}$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{1}{\cos(x) + e^x}$$

$$(c) \quad f(x) = \frac{1}{x + \log(x)}$$

Esercizio 5

Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = \frac{x^4}{\cos(x)}$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$(c) \quad f(x) = \frac{x \cos(x)}{1+x}$$

Esercizio 6

Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = \cos(x^2)$$

$$(b) \quad f(x) = e^{\cos(x)}$$

$$(c) \quad f(x) = \log(x^2 + 1)$$

Esercizio 7

Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = \operatorname{sen}(e^{x^2})$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{1}{\log(1+e^x)}$$

$$(c) \quad f(x) = \frac{\cos(e^x)}{e^{x^2}}$$

Esercizio 8

Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = (\cos(x))^x$$

$$(b) \quad f(x) = x^{\cos(x)}$$

$$(c) \quad f(x) = (1+x)^{(1+x)}$$

Esercizio 9

Calcolare la derivata seconda delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = e^{-x}$$

$$(b) \quad f(x) = 5x^4 + x^2 + 1$$

$$(c) \quad f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$(d) \quad f(x) = x \cdot \log(x)$$

$$(e) \quad f(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$$

Esercizio 10

Calcolare la derivata terza delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = x^2 \cdot \log(x)$$

$$(b) \quad f(x) = \operatorname{sen}(x) + \cos(x)$$

$$(c) \quad f(x) = \frac{x^7}{7} - \frac{1}{7x^7}$$

$$(d) \quad f(x) = x^3 \cdot e^x$$

$$(e) \quad f(x) = x^4 \cdot \log^2(x)$$

Esercizio 11

Calcolare la derivata quarta delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$(b) \quad f(x) = e^{\lambda x}$$

$$(c) \quad f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{a}$$

$$(d) \quad f(x) = \cos(\lambda x)$$

$$(e) \quad f(x) = \log(ax)$$

Esercizio 12

Trovare la retta tangente ad f nel punto x_0 .

$$(a) \quad f(x) = x^2 - 2x \quad x_0 = 1$$

$$(b) \quad f(x) = x^3 - 2x \quad x_0 = 1$$

$$(c) \quad f(x) = \operatorname{tag}(x) \quad x_0 = -\frac{\pi}{4}$$

$$(d) \quad f(x) = x \log(x) \quad x_0 = 1$$

$$(e) \quad f(x) = x + e^{x^2} \quad x_0 = 0$$

Esercizio 13

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguenti funzioni.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - x^2 & 0 \leq x < 1 \\ x - 1 & 1 \leq x < 2 \\ e^{x-2} & x \geq 2 \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) & x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ e^{1-x} & x \geq 1 \end{cases}$$

SOLUZIONI

Esercizio 1 a) $6x^5 + 16x^3 + x$ b) $2ax + \frac{b}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{3c}{7} \frac{1}{\sqrt{x^4}}$ c) $3\cos(x) - 4\sin(x) + \frac{5}{\cos^2(x)}$

Esercizio 2 a) $7x^6\sin(x) + x^7\cos(x)$ b) $-\cos(x) - \sin(x)$ c) $3x^2\operatorname{tag}(x) + \frac{x^3}{\cos^2(x)} + x \cdot \cos(x)$

Esercizio 3 a) $e^x + \frac{1}{x}$ b) $ae^x - \frac{b}{x}$ c) $3e^x\log(x) + 3\frac{e^x}{x}$

Esercizio 4 a) $-\frac{4x^3+3x^2}{(x^4+x^3+1)^2}$ b) $\frac{\sin(x)-e^x}{(\cos(x)+e^x)^2}$ c) $-\frac{1+\frac{1}{x}}{(x+\log(x))^2}$

Esercizio 5 a) $\frac{x^3(4\cos(x)+x\sin(x))}{\cos^2(x)}$ b) $\frac{4}{(e^x+e^{-x})^2}$ c) $\frac{\cos(x)-x\sin(x)-x^2\sin(x)}{(1+x)^2}$

Esercizio 6 a) $-2x \cdot \sin(x^2)$ b) $-\sin(x)e^{\cos(x)}$ c) $\frac{2x}{x^2+1}$

Esercizio 7 a) $2x \cdot e^{x^2} \cdot \cos(e^{x^2})$ b) $-\frac{1}{(1+e^{-x})(\log(1+e^x))^2}$ c) $-\frac{e^x \cdot \sin(e^x) + 2x \cdot \cos(e^x)}{e^{x^2}}$

Esercizio 8 a) $(\cos(x))^x(\log(\cos(x)) - x \cdot \tan(x))$
b) $x^{\cos(x)}(-\sin(x) \cdot \log(x) + \frac{\cos(x)}{x})$ c) $(1+x)^{1+x}(\log(1+x) + 1)$

Esercizio 9 a) e^{-x} b) $60x^2 + 2$ c) $\frac{6}{x^4}$ d) $\frac{1}{x}$ e) $\frac{2}{x^3}$

Esercizio 10 a) $\frac{2}{x}$ b) $-\cos(x) + \sin(x)$ c) $30x^4 + \frac{72}{x^{10}}$ d) $6e^x + 18xe^x + 9x^2e^x + x^3e^x$ e) $24x \cdot \log^2(x) + 48x \cdot \log(x) + 16x$

Esercizio 11 a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ b) $\lambda^4 \cdot e^{\lambda x}$ c) $\frac{e^x + e^{-x}}{a}$ d) $\lambda^4 \cdot \cos(\lambda x)$ e) $-\frac{6}{x^4}$

Esercizio 12 a) $y = -1$ b) $y = x - 2$ c) $y = 2x - \pi - 1$ d) $y = x - 1$ e) $y = x + 1$

Esercizio 13 a) 0, 1 b) 1