

Prova d'esame di
Matematica con Elementi di Statistica
Laurea Triennale in Scienze Naturali.
28/01/2013

COGNOME e NOME

N. MATRICOLA.....

Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTI FOGLI** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso ci si voglia ritirare si barri la casella "Ritirato".

Ritirato ☐

Esercizio 1 (Statistica)

La scatola A contiene 3 palline indistinguibili numerate da 1 a 3 e la scatola B 4 palline indistinguibili numerate da 1 a 4. Mescoliamo le palline ed estraiamo una pallina a caso da ognuna delle due scatole.

1. Quanto vale la probabilità che la pallina estratta da A sia la numero 2?

2. Quanto vale la probabilità che la pallina estratta da B sia la numero 2?

3. Quanto vale la probabilità che entrambe le palline estratte siano quelle con il numero 2?

4. Sapendo che la pallina estratta da A è la numero 2, quanto vale la probabilità che quella estratta da B abbia il numero 2?

5. Sapendo che la pallina estratta da A è la numero 2, quanto vale la probabilità che quella estratta da B abbia un numero maggiore o uguale a 2?

6. Quanto vale la probabilità che la pallina estratta da A abbia lo stesso numero di quello della pallina estratta da B?

7. Quanto vale la probabilità che la pallina estratta da A abbia un numero strettamente minore di quello della pallina estratta da B?

Esercizio 2 (Statistica)

Il peso dei salmoni adulti Chinook presenti in un fiume canadese si distribuisce con legge normale di media μ e varianza σ^2 , ignoti. Supponiamo di aver pescato nelle ultime settimane 12 salmoni adulti, i cui pesi (in chilogrammi) sono:

17.2, 16.3, 17.5, 16.5, 17.3, 14.9, 13.8, 12.9, 13.6, 15.9, 14.0, 16.1 .

1. Si determini una stima puntuale della media della distribuzione ignota;

2. Si determini una stima puntuale della deviazione standard della distribuzione ignota;

3. Si determini un intervallo di confidenza al 99% del peso dei salmoni;

4. Si determini un intervallo di confidenza al 95% del peso dei salmoni;

5. Supponendo che la deviazione standard del peso dei salmoni sia nota e pari a 1.5 Kg, si determini un intervallo di confidenza al 95% del peso dei salmoni;

6. Supponendo sempre che la deviazione standard del peso dei salmoni sia nota e pari a 1.5 Kg, quanti pesci dovremmo pescare per ottenere un intervallo di confidenza al 95% della media di ampiezza minore di 0.2 Kg?

Esercizio 1 (Matematica)

Dare la definizione di funzione debolmente decrescente, per una funzione f da \mathbb{R} in \mathbb{R} .

Esercizio 2 (Matematica)

Indicare l'insieme delle soluzioni del seguente sistema di disequazioni.

$$\begin{cases} |x| - 5 < 0 \\ x^3 \geq 0 \end{cases} \quad \boxed{}$$

Esercizio 3 (Matematica)

Sul piano cartesiano siano $A = (1, 1)$, e $B = (2, 0)$, sia γ la parabola ($y = ax^2 + bx + c$) passante per A , B e per l'origine O , sia r la retta passante per A e O e sia infine s la retta parallela ad r e passante per B .

(a) Calcolare l'equazione della parabola γ .

$y =$

(b) Calcolare l'equazione della retta r .

$y =$

(c) Calcolare l'equazione della retta s .

$y =$

(d) Calcolare i punti di intersezione B e C tra γ e s .

$B =$ $C =$

Esercizio 4 (Matematica)

Calcolare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3 + 3x} - \sqrt{x^3 - 3x} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x) + 2}{\cos(x) + 2} =$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x + x^2)^{\frac{5}{\sin(x)}} =$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\tan(4x)} =$

(e) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos(x) + \sin(x) + \tan(x)}{1 + \cos(x)} =$

Calcolare la derivata della seguente funzione:

$$(a) \quad f(x) = \frac{e^{4x}}{\log(x)} \qquad \frac{d}{dx}f(x) =$$

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} -\cos(x) & x < -\pi \\ \cos(x) & -\pi \leq x < 0 \\ 5x^2 + 1 & 0 \leq x < 1 \\ 16 - 10x & x \geq 1 \end{cases}$$

11

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r: y = mx + q$)

| | |
|---|------------------|
| $(a) \quad f(x) = 3e^{-2x} \quad x_0 = 1$ | $m = \quad, q =$ |
|---|------------------|

Calcolare la seguente serie.

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \boxed{}$$

Esercizio 9 (Matematica)

Studiare la seguente funzione.

(a) Dominio. (b) Periodicità. (c) Simmetrie. (d) Calcolo derivata prima. (e) Calcolo derivata seconda. (f) Massimi e minimi relativi ed assoluti. (g) Concavità e convessità. (h) Asintoti orizzontali, verticali e obliqui. (i) Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2 - 2x}{2(1 - x)}$$

Esercizio 10 (Matematica)

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int (\sin(4x) - e^{4x}) \, dx = \boxed{}$$

$$(b) \quad \int_0^\pi \sin(5t) \, dt = \boxed{}$$

$$(c) \quad \int x e^{2x} \, dx = \boxed{}$$

$$(d) \quad \int_0^\infty e^{-3x} \, dx = \boxed{}$$

Esercizio 11 (Matematica)

Calcolare il prodotto scalare ed il prodotto vettoriale tra i vettori u e v .

$$u = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$(a) \quad \langle u, v \rangle = \boxed{}$$

$$(b) \quad u \wedge v = \boxed{}$$

Esercizio 12 (Matematica)

Risolvere le seguenti eq. differenziali.

$$(a) \quad \begin{cases} \dot{y}(t) = 5e^{-5t} \\ y(0) = 5 \end{cases} \quad y(t) = \boxed{}$$

$$(b) \quad \begin{cases} \dot{y}(t) = t e^{-5y(t)} \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad y(t) = \boxed{}$$