

# Compito di prova 1

## ??/01/2013

### Esercizio 1

Dare la definizione di continuità in  $x_0$  per una funzione  $f$  da  $\mathbb{R}$  in  $\mathbb{R}$ .

### Esercizio 2

Indicare l'insieme delle soluzioni del seguente sistema di disequazioni.

$$\begin{cases} |x+1| \geq 4 \\ x-1 > 0 \end{cases}$$

### Esercizio 3

Sul piano cartesiano siano  $A = (1, 3)$ , e  $B = (2, 4)$ . Sia  $r : y = mx + q$  la retta passante per  $A$  e  $B$ .

(a) Calcolare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$

$$\overline{AB} =$$

(b) Calcolare il punto medio  $M$  del segmento  $\overline{AB}$

$$M =$$

(c) Calcolare l'equazione della retta  $r : y = mx + q$

(d) Calcolare l'equazione della parabola  $y = ax^2 + bx + c$  passante per  $A$ ,  $B$  e per l'origine  $O$ .

### Esercizio 4

Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin(x)}{\cos(x)} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+2x-8} =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} =$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{\sin(x)} \right)^3 =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x))^{\frac{1-\cos(x)}{x^3}} =$

### Esercizio 5

Calcolare la derivata della seguente funzione:

(a)  $f(x) = \log(1 + \cos^2(x))$

$$\frac{d}{dx} f(x) =$$

### Esercizio 6

Studiare la seguente funzione.

(a) Dominio. (b) Periodicità. (c) Simmetrie. (d) Calcolo derivata prima. (e) Calcolo derivata seconda. (f) Calcolo della retta tangente in  $x_0 = 0$  (g) Massimi e minimi relativi ed assoluti. (h) Concavità e convessità. (i) Asintoti orizzontali, verticali e obliqui. (l) Tracciarne il grafico.

$$f(x) = xe^{-x^2}$$



**Esercizio 7**

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & x < -1 \\ 0 & -1 \leq x < 0 \\ \cos(x) & 0 \leq x < \pi \\ \sin(x) - 1 & x \geq \pi \end{cases}$$

**Esercizio 8**

Trovare l'equazione della retta tangente ad  $f$  in  $x_0$ . ( $r: y = mx + q$ )

$$(a) \quad f(x) = 1 - 2x^2 \quad x_0 = 1$$

$$m = \quad, q =$$

**Esercizio 9**

Calcolare la seguente serie.

$$(a) \quad \sum_{i=0}^{+\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^i =$$

**Esercizio 10**

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int e^x + x^3 \, dx =$$

$$(b) \quad \int_0^2 (t^2 + 3t) \, dt =$$

$$(c) \quad \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx =$$

$$(d) \quad \int_0^{+\infty} 2xe^{-x} \, dx =$$

**Esercizio 11**

Data le matrici  $A$  e  $B$  calcolare  $A + B$  e  $A \cdot B$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(a) \quad A + B =$$

$$(b) \quad A \cdot B =$$

**Esercizio 12**

Risolvere le seguenti eq. differenziali.

$$(a) \quad \begin{cases} \dot{y}(t) = y(t) + 1 \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad y(t) =$$

$$(b) \quad \begin{cases} \ddot{y}(t) = -4y(t) \\ \dot{y}(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad y(t) =$$