

Esercizi 1.

8/10/2012

Esercizio 1

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

- (a) $A = [3, +\infty)$
- (b) $B = \{5\}$
- (c) $C = [-\infty, 4)$
- (d) $D = (-\infty, -7) \cup \{7\}$
- (e) $E = (-\infty, -3) \cup [3, +\infty)$
- (f) $F = \mathbb{N}$

Esercizio 2

Semplificare le seguenti espressioni.

- (a) $2^2 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}$.
- (b) $\frac{3^3 - 5^2}{2^5 \cdot 2^{-3}}$.
- (c) $\frac{(2^3)^{(2^3)}}{(2^{(3^2)})^3}$.

Esercizio 3

Risolvere le seguenti equazioni in x .

- (a) $\left(\frac{x}{2^3}\right)^2 = \frac{2^3}{x}$.
- (b) $\frac{3^2 - 1}{x^2} = x$.
- (c) $\left(\frac{5^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}{x^3}\right)^2 = \frac{27}{x^5}$.

Esercizio 4

Risolvere le seguenti disequazioni in x . Supporre $a \neq 0$.

- (a) $2x + 3 \leq 3x + 2$.
- (b) $(x + 1)^3 \geq x(x - 1)^2 + 5x^2$.
- (c) $(x - a)^3 \geq x(x + a)^2 - a5x^2$.

Esercizio 5

Sia $f(x) = x^3 + x$ calcolare:

- (a) $f(2)$
- (b) $f(1) - f(2) + f(3)$
- (c) $\frac{f(2) - f(1)}{f(1) - f(-1)}$

Esercizio 6

Sia $f(x) = x^2$ e sia $a, b \in \mathbb{R}$ con $a \neq b$ calcolare:

- (a) $f(a + 1)$
- (b) $f(a + 1) - f(a - 1)$
- (c) $\frac{f(a) - f(b)}{a - b}$
- (d) $f(f(a))$

Esercizio 7

Sia $f(x) = x^2 - 1$ calcolare:

- (a) $f(x^2)$
- (b) $f(x - 1)$
- (c) $f(x + 1)$

Esercizio 8

Sia $f(x) = ax^2 + bx + 3$ determinare a e b tali che:

- (a) $f(1) = 6$ e $f(-1) = 2$

Esercizio 9

Sia $f(x) = a + x + bx^2$ determinare a e b tali che:

- (a) $f(1) = 6$ e $f(-1) = 2$

Esercizio 10

Sia $f(x) = ax + b$ determinare a e b tali che:

- (a) $f(x + 1) + f(x - 1) = 2 + 4x$

Esercizio 11

Date $f(x) = x^2 + x - 3$ e $g(x) = x^2 - 3x + 1$ determinare le soluzioni di

- (a) $f(x) - g(x) = 4$

Esercizio 12

Sul piano cartesiano siano $A = (-1, 0)$ e $B = (1, 1)$

- (a) Determinare la lunghezza del segmento \overline{AB} .
- (b) Trovare il punto medio del segmento \overline{AB} .
- (c) Trovare l'equazione della retta r passante per A e B . ($r : y = mx + q$).
- (d) Determinare il punto di intersezione tra la retta r e la retta $s : y = x - 1$.

Esercizio 13

Sul piano cartesiano siano $A = (-2, -1)$ e $B = (1, 2)$

- (a) Determinare la lunghezza del segmento \overline{AB} .
- (b) Trovare l'equazione della retta r passante per A e B . ($r : y = mx + q$).
- (c) Trovare il punto C di intersezione tra la retta r e l'asse delle ordinate.
- (d) Determinare l'equazione della retta s parallela ad r e passante per l'origine. ($s : y = m_s x + q_s$).

SOLUZIONI

Esercizio 1

- a) minimo 3; inferiormente limitato.
- b) minimo=massimo=5; limitato
- c) superiormente limitato
- d) massimo 7; superiormente limitato
- e) E non è nè sup. nè inf. limitato
- f) minimo 0; inferiormente limitato

Esercizio 2 a) $2^{\frac{3}{2}}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{8}$

Esercizio 3 a) 8 b) 2 c) 3

Esercizio 4 a) $x \geq 1$ b) $x \geq -\frac{1}{2}$ c) $x \geq \frac{a}{2}$

Esercizio 5 a) 10 b) 22 c) 2

Esercizio 6 a) $a^2 + 2a + 1$ b) $4a$ c) $a + b$ d) a^4

Esercizio 7 a) $x^4 - 1$ b) $x^2 - 2x$ c) $x^2 + 2x$

Esercizio 8 a) $a = 1, b = 2$

Esercizio 9 a) Nessuna soluzione.

Esercizio 10 a) $a = 2, b = 1$

Esercizio 11 a) $x = 2$

Esercizio 12 a) $\sqrt{5}$ b) $(0, \frac{1}{2})$ c) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ d) $(3, 2)$

Esercizio 13 a) $3\sqrt{2}$ b) $y = x + 1$ c) $C = (0, 1)$ d) $y = x$