

Esercizi 5.

05/11/2012

Esercizi di riepilogo del periodo 1/10/2012 $\longleftrightarrow$ 29/10/2012 .

Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-6}{x-1}} + \ln(-x+7)$$

Esercizio 2

Sul piano cartesiano siano $A = (-2, 1)$ e $B = (2, 4)$

(a) Determinare la lunghezza del segmento $\overline{AB}$.

$$\overline{AB} =$$

(b) Determinare il punto medio M del segmento $\overline{AB}$.

$$M = (\quad , \quad)$$

(c) Trovare l'equazione della retta r passante per A e B . ($r : y = mx + q$).

$$m = \quad , q =$$

(d) Determinare l'equazione della retta s perpendicolare ad r e passante per $C = (3, -1)$. ($s : y = m_s x + q_s$).

$$m_s = \quad , q_s =$$

Esercizio 3

Determinare l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione.

(a) $e^{2x+1} \leq 1$

Per ciascuno dei seguenti insiemi indicare massimi e minimi (se vi sono) e dire se sono superiormente o inferiormente limitati.

(b) $A = \{x \in \mathbb{R} : e^{2x+1} \leq 1\}$

$$Max =$$

$$Min =$$

(c) $B = \{1\} \cup [-4, -2] \cup (2, 3)$

$Max =$

$Min =$

Esercizio 4

Sia $f(x) = ax^2 - bx + 3$ determinare a e b tali che:

$f(1) = 2$ e $f(3) = 6$

$a =$

$b =$

Esercizio 5

Sia $f(x) = ax^2 + 3$ calcolare $f(f(x))$

$f(f(x)) =$

Esercizio 6

Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nè pari nè dispari.

(a) $f(x) = \sqrt{2+3x} + \sqrt{2-3x}$

(b) $f(x) = x^3 - \sin(x)$

(c) $f(x) = \tan(x^3) + |x|$

Esercizio 7

Calcolare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan(x)}{\cos(x)} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2x^2-5x+3} =$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3-x^2}{4-2x+4x^2} =$

(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt[5]{x} + \sqrt{x^3}} =$

(e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{\sqrt{3x-2} - \sqrt{10-x}} =$

Esercizio 8

Indicare (se vi sono) i punti di discontinuità delle seguenti funzioni.

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x \leq 0 \\ \frac{e^x - 1}{x} & 0 < x < 1 \\ e^{-x} - 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x)}{x} & x < 0 \\ x^2 + 2x + 1 & 0 \leq x < 2 \\ 4e^{(x^2-4)} & x \geq 2 \end{cases}$$

Esercizio 9

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx} \quad \text{con } a > 0, b > 0$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{2x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{\sin(x)}}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{\ln(x)}}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{\frac{1}{x^2}}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}(x))^{\frac{x}{1-\cos(x)}}$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$$

$$(l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+ax)}{bx} \quad \text{con } a \neq 0, b \neq 0$$

$$(m) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2}$$

$$\begin{aligned}
(n) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{x^2} \\
(o) \quad & \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x+1) - \ln(x-1)) \\
(p) \quad & \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{x}\right) \\
(q) \quad & \lim_{x \rightarrow +\infty} x (\ln(x+a) - \ln(x)) \\
(r) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{2x} \\
(s) \quad & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} \\
(t) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin(x)} \\
(u) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) (e^{\tan(x)} - 1)}{\cos(x) - 1}
\end{aligned}$$

Soluzioni

Esercizio 1 $(-\infty, 1) \cup [6, 7)$

Esercizio 2 a) 5; b) $(0, \frac{5}{2})$; c) $m = \frac{3}{4}$, $q = \frac{5}{2}$; d) $m_s = -\frac{4}{3}$, $q_s = 3$

Esercizio 3 a) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$; b) $\max = -\frac{1}{2}$, l'insieme A è superiormente limitato ma non è inferiormente limitato; c) $\min = -4$, l'insieme B è superiormente e inferiormente limitato

Esercizio 4 $a = 1$, $b = 2$

Esercizio 5 $a^3x^4 + 6a^2x^2 + 9a + 3$

Esercizio 6 a) pari; b) dispari; c) nè pari nè dispari.

Esercizio 7 a) $+\infty$; b) -1 ; c) $-\frac{1}{4}$; d) 0; e) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$;

Esercizio 8 a) 1; b) 0, 2;

Esercizio 9 a) e^2 b) e^{ab} c) 1 d) e e) e f) $\frac{1}{\sqrt{e}}$ g) $\frac{1}{e}$ h) e^2 i) 2 l) $\frac{a}{b}$ m) 1
n) $\frac{3}{2}$ o) 0 p) a q) a r) $\frac{3}{2}$ s) e t) 1 u) -2