

Esercizi 9.  
17/12/2012  
Vettori e matrici.

**Esercizio 1**

Calcolare la norma dei seguenti vettori.

- |     |                          |                          |                          |
|-----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (a) | $\vec{u} = (3, 4)$       | $\vec{v} = (12, 5)$      | $\vec{w} = (8, 15)$      |
| (b) | $\vec{u} = (2, 1, 2)$    | $\vec{v} = (3, 6, 6)$    | $\vec{w} = (8, 3, 36)$   |
| (c) | $\vec{u} = (3, 1, 5, 1)$ | $\vec{v} = (2, 4, 8, 4)$ | $\vec{w} = (7, 5, 1, 5)$ |

**Esercizio 2**

Calcolare il prodotto scalare  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$  dei seguenti vettori:

- |     |                           |                            |
|-----|---------------------------|----------------------------|
| (a) | $\vec{u} = (1, 2)$        | $\vec{v} = (3, 1)$         |
| (b) | $\vec{u} = (-1, 2, -3)$   | $\vec{v} = (-3, 1, -1)$    |
| (c) | $\vec{u} = (-1, 2, 2, 3)$ | $\vec{v} = (1, -3, 1, -1)$ |

**Esercizio 3**

Calcolare l'angolo  $\theta$  tra i seguenti vettori:

- |      |                               |                                 |
|------|-------------------------------|---------------------------------|
| (a)  | $\vec{u} = (2, 1)$            | $\vec{v} = (-3, 1)$             |
| (b*) | $\vec{u} = (-1, 2)$           | $\vec{v} = (-8 - 5\sqrt{3}, 1)$ |
| (c)  | $\vec{u} = (4, \sqrt{2}, -4)$ | $\vec{v} = (3, 5\sqrt{2}, -3)$  |

**Esercizio 4**

Dati i vettori  $\vec{u} = (1, -1, 0)$ ,  $\vec{v} = (1, 0, -1)$ ,  $\vec{w} = (0, 1, 1)$ , calcolare:

- (a)  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$ ,  $\langle \vec{u}, \vec{w} \rangle$ ,  $\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle$   
(b)  $\vec{u} \wedge \vec{v}$ ,  $\vec{u} \wedge \vec{w}$ ,  $\vec{v} \wedge \vec{w}$ ,

**Esercizio 5** Date le matrici  $A$  e  $B$  ed il vettore  $v$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

calcolare:

- (a)  $A + B$ ,  $A + B^T$

- (b)  $A \cdot B, B \cdot A$
- (c)  $Av, Bv$
- (d)  $v^T A, v^T B,$
- (e)  $\det(A), \det(B)$

### SOLUZIONI

Esercizio 1 a) 5, 12, 17 b) 3, 9, 37 c) 6, 10, 10

Esercizio 2 a) 5 b) 2 c)  $-8$

Esercizio 3 a)  $\frac{3}{4}\pi$  b)  $\frac{\pi}{3}$  c)  $\frac{\pi}{4}$

Esercizio 4 a) 1,  $-1, -1$  b)  $(1, 1, 1), (-1, -1, 1), (1, -1, 1),$

Esercizio 5

$$\text{a) } A + B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad A + B^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ -1 & -3 & -4 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } Av = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Bv = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } v^T A = (-1, 0, 2), \quad v^T B = (-1, 4, -3),$$

$$\text{e) } \det(A) = -3, \quad \det(B) = 4$$