

Esercizi 10.
11/01/2013
Equazioni differenziali.

Esercizio 1

Risolvere le seguenti equazioni differenziali.

$$\begin{array}{ll} (a) \begin{cases} \dot{y}(t) = t^2 \\ y(1) = 0 \end{cases} & (b) \begin{cases} \dot{y}(t) = \cos(t) \\ y(2\pi) = \frac{1}{2} \end{cases} \\ (c) \begin{cases} \ddot{y}(t) = \cos(t) \\ y(0) = 1 \\ \dot{y}(2\pi) = 1 \end{cases} & (d) \begin{cases} \ddot{y}(t) = e^{-2t} \\ y(0) = 1 \\ \dot{y}(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}$$

Esercizio 2

Risolvere le seguenti equazioni differenziali.

$$\begin{array}{ll} (a) \begin{cases} \dot{y}(t) = y(t) \\ y(0) = 1 \end{cases} & (b) \begin{cases} \dot{y}(t) = 4y(t) \\ y(1) = 2e^2 \end{cases} \\ (c) \begin{cases} \dot{y}(t) = -2y(t) \\ y(0) = 3 \end{cases} & (d) \begin{cases} \dot{y}(t) = -y(t) \\ y(-1) = -1 \end{cases} \end{array}$$

Esercizio 3

Risolvere le seguenti equazioni differenziali.

$$\begin{array}{ll} (a) \begin{cases} \dot{y}(t) = 2y(t) + 3 \\ y(0) = 0 \end{cases} & (b) \begin{cases} \dot{y}(t) = -y(t) - 1 \\ y(0) = -1 \end{cases} \\ (c) \begin{cases} \dot{y}(t) = -3y(t) + 3 \\ y(-1) = 1 \end{cases} & (d) \begin{cases} \dot{y}(t) = k \cdot y(t) + k \\ y(0) = 0 \end{cases} \end{array}$$

Esercizio 4

Risolvere le seguenti equazioni differenziali.

$$\begin{array}{lll} (a) \begin{cases} \dot{y}(t) = e^{-t} (y(t))^2 \\ y(0) = 1 \end{cases} & (b) \begin{cases} \dot{y}(t) = \frac{e^{-t}}{y(t)} \\ y(0) = 1 \end{cases} & (c) \begin{cases} \dot{y}(t) = t^2 \cdot e^{-y(t)} \\ y(0) = 0 \end{cases} \\ (d) \begin{cases} \dot{y}(t) = \frac{t}{y(t)} \\ y(1) = 2 \end{cases} & (e) \begin{cases} \dot{y}(t) = \frac{t}{y(t)} \\ y(1) = -2 \end{cases} & (f) \begin{cases} \dot{y}(t) = \frac{1}{y(t)} \\ y(1) = 1 \end{cases} \end{array}$$

Esercizio 5

Risolvere le seguenti equazioni differenziali.

$$\begin{array}{ll} (a) \begin{cases} \ddot{y}(t) = -9y(t) \\ y(0) = 0 \\ \dot{y}(0) = 1 \end{cases} & (b) \begin{cases} \ddot{y}(t) = -4y(t) \\ y(0) = 1 \\ y(\frac{3}{4}\pi) = 2 \end{cases} \\ (c) \begin{cases} \ddot{y}(t) = -\pi^2 y(t) \\ y(0) = 0 \\ y(\frac{1}{2}) = 1 \end{cases} & (d) \begin{cases} \ddot{y}(t) = -16y(t) \\ y(0) = 2 \\ \dot{y}(0) = 4 \end{cases} \end{array}$$

Esercizio 6

Risolvere le seguenti equazioni differenziali.

$$\begin{array}{ll} (a) \begin{cases} \ddot{y}(t) = 4y(t) \\ y(0) = 1 \\ \dot{y}(0) = 1 \end{cases} & (b) \begin{cases} \ddot{y}(t) = 9y(t) \\ y(0) = 1 \\ y(1) = e^{-3} \end{cases} \\ (c) \begin{cases} \ddot{y}(t) = y(t) \\ y(0) = 0 \\ y(\log(2)) = \frac{3}{2} \end{cases} & (d) \begin{cases} \ddot{y}(t) = 4y(t) \\ y(0) = 3 \\ \dot{y}(\log(3)) = -\frac{2}{3} \end{cases} \end{array}$$

SOLUZIONI

Esercizio 1 a) $y(t) = \frac{t^3-1}{3}$; b) $y(t) = \sin(t) + \frac{1}{2}$; c) $y(t) = t - \cos(t) + 2$;
d) $y(t) = \frac{e^{-2t}}{4} + \frac{1+e^{-1}}{2}t + \frac{3}{4}$.

Esercizio 2 a) $y(t) = e^t$; b) $y(t) = 2e^{2t}$; c) $y(t) = 3e^{-2t}$; d) $y(t) = -e^{-(t+1)}$.

Esercizio 3 a) $y(t) = \frac{3}{2}(e^{2t} - 1)$; b) $y(t) = -1$; c) $y(t) = \frac{2+e^{-3(t+1)}}{3}$; d) $y(t) = e^{kt} - 1$.

Esercizio 4 a) $y(t) = e^t$; b) $y(t) = \sqrt{3-2e^{-t}}$; c) $y(t) = \log(\frac{t^3}{3} + 1)$; d) $y(t) = \sqrt{t^2+3}$; e) $y(t) = -\sqrt{t^2+3}$; f) $y(t) = \sqrt{2t-1}$.

Esercizio 5 a) $y(t) = \frac{\sin(3t)}{3}$; b) $y(t) = \cos(2t) + 2\sin(2t)$; c) $y(t) = \sin(\pi t)$;
d) $y(t) = 2\cos(4t) + \sin(4t)$.

Esercizio 6 a) $y(t) = \frac{3e^{2t}+e^{-2t}}{4}$; b) $y(t) = e^{-3t}$; c) $y(t) = e^t - e^{-t}$; d) $y(t) = 3e^{-2t}$.