# Prova d'esame di
# **Probabilità e Statistica**
# Laurea Triennale in Matematica
# 06/02/2015

**COGNOME e NOME** ...............................................

**N. MATRICOLA**........................................................

**Esercizio 1**. (V. 7 punti.)
Mostrare con un esempio che esistono due variabili aleatorie $X$ e $Y$ tali che:

$$\mathbb{E}[X] = \mathbb{E}[Y] = 1 \qquad \text{e} \qquad \mathbb{E}[XY] = 2$$

**Esercizio 2**. (V. 11 punti.)
Supponiamo di avere un'urna con 6 palline rosse e 2 verdi. Estraiamo 3 palline a caso (senza reinserimento). Sia $X$ la variabile aleatoria che indica il numero di palline rosse estratte e sia $Y$ la variabile aleatoria che indica il numero di palline verdi estratte.
`Esprimere i risulati sotto forma di frazioni.`

a) Calcolare $P(X = 0)$.
b) Calcolare $P(X = 1)$.
c) Calcolare $P(X = 2)$.
d) Calcolare $P(X = 3)$.
e) Calcolare $P(Y > 1)$.
f) Calcolare $P(X = 2|Y < 2)$.
g) Calcolare $P(X = 2, Y < 2)$.
h) Calcolare la probabilità che siano state estratte esattamente due palline rosse sapendo che le palline estratte non sono tutte dello stesso colore.
i) Calcolare $E[X]$.
l) Calcolare $VAR[X]$.
m) Calcolare $E[XY]$.

**Esercizio 3**. (V. 7=1+2+4 punti.)
Supponiamo di lanciare $n$ monete regolari, indichiamo con $X$ il numero di teste ottenuto.

a) Qual è la distribuzione della variabile aleatoria $X$. (indicare gli eventuali parametri).
b) Supponiamo per il solo quesito (b) di conoscere il valore di $n = 100$. Calcolare $\mathbb{E}[X]$, $VAR[X]$. Stimare la probabilità che $X$ sia strettamente maggiore di 60.
c) Stimare per quali valori di $n$ vale $P(X > 1000) > 95\%$

**Esercizio 4**. (V. 8 punti.)
Siano $X, Y$ e $Z$ tre variabili aleatorie indipendenti con distribuzioni: $X \sim$Poisson(1), $Y \sim$Bernoulli($\frac{1}{2}$) e $Z \sim N(0,1)$. Siano inoltre $W = X + Y + Z$ e $T = XYZ$.

a) Calcolare $\mathbb{E}[W]$ e $VAR[W]$.
b) Calcolare $\mathbb{E}[T]$ e $VAR[T]$.
c) Calcolare $P(T > X)$.
d) Calcolare $P(T > Z)$.