

Prova d'esame di
Probabilità e Statistica
Laurea Triennale in Matematica
30/04/2014

COGNOME e NOME

N. MATRICOLA.....

Esercizio 1. (V. 6 punti.)

- (a) Fornire la definizione di momento di una variabile aleatoria.
- (b) Sia $n \in \mathbb{N}$. Fornire un esempio di variabile aleatoria X che ammette momento n -esimo ma non ammette momento $n + 1$ -esimo.

Esercizio 2. (V. 6 punti.)

Per quali valori $c \in \mathbb{R}$ esiste una variabile aleatoria X discreta in L^2 tale che: $P(X \in [0, 10]) = 1$, $\mathbb{E}[X] = 5$ e $Var(X) = c$? (Sugg. Per i valori c per i quali la v.a. esiste occorre fornire un esempio mentre per i valori c per i quali non esiste occorre fornire una dimostrazione)

Esercizio 3. (V. 6 punti.)

Al poligono di tiro sono presenti 5 tiratori, 2 tiratori professionisti e 3 amatoriali. Un tiratore professionista ha una probabilità del 5% di mancare il bersaglio mentre questa stessa probabilità sale al 10% per i tiratori amatoriali, supponiamo che ciascun tiratore effettui 10 tiri e che gli esiti dei tiri siano indipendenti.

- (a) Sia X il numero di centri effettuati da un tiratore amatoriale, indicare la media, la varianza e la distribuzione di X .
- (b) Qual è la media e la varianza del numero di centri effettuati in totale dai 5 tiratori?
- (c) Se è stato effettuato un solo errore qual è la probabilità che sia stato un tiratore amatoriale a sbagliare?

Esercizio 4. (V. 10 punti.) (Se possibile esprimere i risultati sotto forma di frazioni)

Supponiamo di avere tre urne che chiameremo urna A, urna B e urna C. Nell'urna A ci sono i numeri da 1 a 10, nell'urna B ci sono i numeri da 1 a 20 mentre nell'urna C ci sono i numeri da 1 a 30. Disponiamo le urne in ordine casuale. Poi estraiamo un numero a caso da ciascuna urna, indichiamo con X il numero estratto dalla prima urna, Y il numero estratto dalla seconda urna e Z il numero estratto dalla terza urna.

Indichiamo infine con A l'evento la prima urna è l'urna A (X è stato estratto dall'urna A) e con B l'evento la prima urna è l'urna B

- (a) Qual è la probabilità che il primo numero estratto sia 20 se sappiamo che è stato estratto dall'urna A?
- (b) Qual è la probabilità che il primo numero estratto sia 20 se sappiamo che è stato estratto dall'urna B?
- (c) Qual è la probabilità che il primo numero estratto sia 20?
- (d) Qual è la probabilità che il primo numero estratto sia minore o uguale a 12?
- (e) Qual è la probabilità che il primo numero estratto sia maggiore di 24?
- (f) Calcolare $P(Y = 12|X = 24)$.
- (g) Calcolare $P(A|X = 6)$.
- (h) Calcolare $P(Y = 24|X = 12)$.
- (i) Calcolare $P(X = Y = Z)$.
- (l) Calcolare $P(X = Y)$.

Esercizio 5. (V. 4 punti.) (Se possibile esprimere i risultati sotto forma di frazioni)

Siano X e Y due variabili aleatorie indipendenti, sia $T = X \cdot Y$ e sia $p \in [0, 1]$, $p \neq \frac{1}{2}$. Supponiamo che $P(X = 1) = p$, $P(X = -1) = 1 - p$ e $P(Y = p) = P(Y = 1 - p) = \frac{1}{2}$.

- (a) Calcolare la media e la varianza di X .
- (b) Calcolare la media e la varianza di Y .
- (c) Quanto vale $P(X = Y)$?
- (d) Calcolare la media e la varianza di T .