

Esercitazione del 17/03/2014

Probabilità e Statistica

David Barbato

Esercizi dal libro di testo: 1.1, 1.3, 1.6, 1.7, 1.8.

Esercizio 1 Se estraiamo 3 palline a caso da un'urna che contiene 4 palline bianche e 5 nere, qual è la probabilità che una sia bianca e due siano nere?

Esercizio 2

Una commissione di 4 persone viene estratta da un gruppo di 6 uomini e 8 donne. Se la selezione avviene in modo casuale, qual è la probabilità che la commissione sia costituita da 2 uomini e 2 donne?

Esercizio 3 (Problema dei compleanni)

Se in una stanza ci sono n persone, qual è la probabilità che nessuno tra loro festeggi il compleanno lo stesso giorno dell'anno? Quanto grande deve essere n affinché questa probabilità sia minore di $\frac{1}{2}$? (Assumere che nessuno sia nato il 29 febbraio e che tutti i restanti giorni siano equiprobabili.)

Esercizio 4

In un torneo di tennis ci sono 8 concorrenti, 4 sono italiani, 3 francesi ed uno spagnolo. Se supponiamo che tutti gli esiti sono equiprobabili, qual è la probabilità che vinca il torneo un italiano e arrivi secondo il concorrente spagnolo.

Esercizio 5

Vengono lanciati due dadi regolari a 6 facce.

- (a) Calcolare la probabilità che la somma dei valori ottenuti sia 9?
- (b) Calcolare la probabilità che la somma dei valori ottenuti sia maggiore di 9?
- (c) Calcolare la probabilità che almeno uno dei due dadi abbia dato un risultato maggiore di 4?
- (d) Calcolare la probabilità che la somma dei risultati dei due dadi sia maggiore di 9 sapendo che c'è almeno un dado con risultato maggiore di 4. (Il quesito (d) è accessibile dalla terza settimana di lezione.)

Esercizio 6

Vengono lanciati due dadi a 6 facce regolari. Calcolare le seguenti probabilità.

- (a) Qual è la probabilità che siano entrambi pari?
- (b) Qual è la probabilità che ci sia almeno un 5?

- (c) Calcolare la probabilità che la somma sia 5.
- (d) Calcolare la probabilità che la somma sia minore o uguale a 8.
- (e) Calcolare la probabilità che siano entrambi minori di 6.
- (f) Sapendo che la somma è uguale a 7 calcolare la probabilità che ci sia almeno un 2. (Accessibile dalla terza settimana di lezione.)
- (g) Sapendo che la somma è minore o uguale a 7 calcolare la probabilità che ci sia almeno un 2. (Accessibile dalla terza settimana di lezione.)

Soluzioni

Esercizi dal libro di testo.

Esercizio 1.7 (i) $1 - \frac{\binom{13}{5} 4^5}{\binom{52}{5}} \simeq 0.493$. (ii) $\frac{\binom{13}{1 \ 3 \ 9} \binom{4}{2} 4^3}{\binom{52}{5}} \simeq 0.42257$

Esercizio 1.8 (i) $\frac{3! \binom{27}{9 \ 9 \ 9}}{\binom{30}{10 \ 10 \ 10}} \simeq 0.24631$. (ii) $\frac{3 \binom{27}{7 \ 10 \ 10}}{\binom{30}{10 \ 10 \ 10}} \simeq 0.08867$.

Esercizio 1 $\frac{10}{21}$

Esercizio 2 $\frac{60}{143}$

Esercizio 3 $\frac{365!}{(365-n)! \cdot 365^n} \cdot 23$.

Esercizio 4 $\frac{1}{14}$.

Esercizio 5

Svolgimento:

Ci sono 6 esiti possibili per il primo dado e 6 esiti possibili per il secondo dado. Quindi per il principio fondamentale del calcolo combinatorio per la coppia di risultati dei due dadi ci sono $6 \cdot 6 = 36$ esiti possibili. Infine l'ipotesi "dadi regolari" ci assicura che tutti e 36 gli esiti sono equiprobabili.

Se consideriamo le somme abbiamo il seguente schema:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Per rispondere alle domande (a), (b), (c) e (d) è sufficiente calcolare il rapporto tra casi favorevoli e casi possibili.

(a) Evidenziando in rosso i casi favorevoli si ricava:

2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12

$$P(\text{somma dei dadi uguale a } 9) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(b)

2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12

$$P(\text{somma dei dadi maggiore di } 9) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(c)

2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12

$$P(\text{Almeno uno dei due dadi è maggiore di } 4) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

(d)

				6	7
				7	8
				8	9
				9	10
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12

$$P(\text{Somma maggiore di } 9 | \text{Almeno uno dei due dadi è maggiore di } 4) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Esercizio 6 (a) $\frac{1}{4}$, (b) $\frac{11}{36}$, (c) $\frac{1}{9}$, (d) $\frac{13}{18}$, (e) $\frac{25}{36}$, (f) $\frac{1}{3}$, (g) $\frac{3}{7}$,