

Esercitazione del 24/03/2014

Probabilità e Statistica

esercizi extra

David Barbato

Esercizio 1 Siano E ed F due eventi tali che $P(E \cap F) > 0$ dimostrare che:

$$P(E|F) \leq P(E|E \cap F).$$

Esercizio 2

Siano A , B e C tre eventi tali che $P(C) \in (0, 1)$ dimostrare o fornire dei controesempi per le seguenti proposizioni:

(a) Se

$$P(A|C) > P(B|C) \quad \text{e} \quad P(A|C^c) > P(B|C^c)$$

allora $P(A) > P(B)$.

(b) Se

$$P(A|C) > P(A|C^c) \quad \text{e} \quad P(B|C) > P(B|C^c)$$

allora $P(A \cap B|C) > P(A \cap B|C^c)$.

Esercizio 3

Consideriamo l'insieme $S = \{1, 2, \dots, n\}$. Siano A e B due sottoinsieme di S scelti a caso tra i 2^n possibili.

(a) Calcolare $P(A \subseteq B)$.

(b) Calcolare $P(A \cap B = \emptyset)$.

Esercizio 4

In una classe ci sono 6 matricole maschi, 10 matricole femmine e 21 maschi del secondo anno. Quante femmine del secondo anno devono essere presenti affinché sesso e anno di iscrizione siano indipendenti quando uno studente è scelto a caso?

Esercizio 5

Ci sono due dadi A e B. Il dado A ha 2 facce rosse e 4 verdi mentre il dado B ha 2 facce verdi e 4 rosse. Lanciamo una moneta regolare per decidere quale dei due dadi utilizzare e poi effettuiamo $n > 1$ lanci con il dado scelto.

(a) Qual è la probabilità che il primo lancio dia rosso?

(b) Qual è la probabilità che tutti i lanci diano rosso?

(c) Se sappiamo che il primo lancio ha dato rosso, qual è la probabilità che sia stato utilizzato il dado A?

(d) Se sappiamo che tutti e n i lanci hanno dato rosso, qual è la probabilità

che sia stato utilizzato il dado A?

(e) Se il primo lancio ha dato rosso, qual è la probabilità che anche il secondo dia rosso?

Esercizio 6

Sappiamo che la probabilità che una donna portatrice del gene dell'emofilia trasmetta il gene ad un figlio o ad una figlia è del 50%. Le donne portatrici del gene dell'emofilia sono indistinguibili dalle altre donne, mentre gli uomini portatori del gene manifestano la malattia. Supponiamo che la regina abbia un fratello malato di emofilia.

(a) Qual è la probabilità che la regina sia portatrice sana della malattia?

(b) Se la regina ha un figlio maschio, qual è la probabilità che sia malato di emofilia?

(c) Se la regina ha un figlio sano qual è la probabilità che la regina sia portatrice sana della malattia?

(d) Se la regina ha già un figlio sano e nasce un secondo figlio qual è la probabilità che sia sano?