

Prova d'esame di
Probabilità e Statistica
Laurea Triennale in Matematica
10/04/2015

COGNOME e NOME

N. MATRICOLA.....

Esercizio 1. (V. 1 punti.)

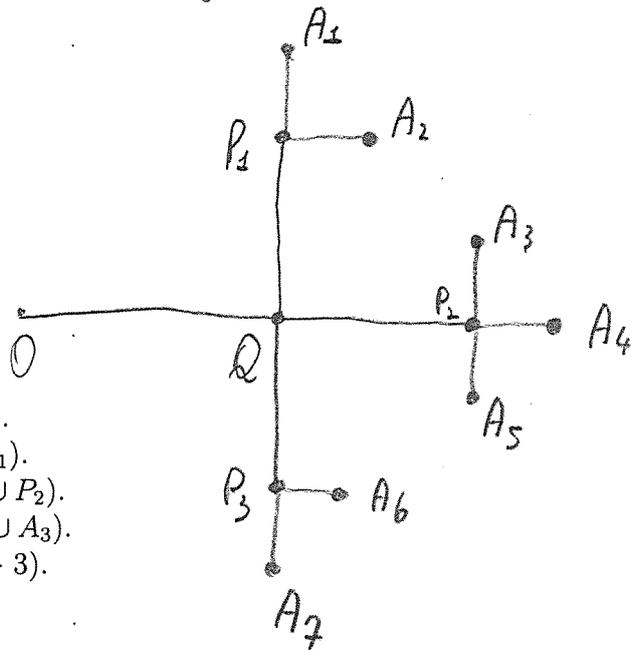
Fornire una versione a scelta del teorema di Bayes.

Esercizio 2. (V. 1 punti.)

Le 10 lettere AAACEIMMTT vengono ordinate a caso, qual è la probabilità di ottenere la parola matematica?

Esercizio 3 (V. 7 punti.) (Se possibile esprimere i risultati sotto forma di frazioni)

Un pedone inizia a camminare dal punto O verso il punto Q , arrivato in Q sceglie a caso una delle tre direzioni possibili e procede fino a giungere ad una delle tre posizioni P_1 , P_2 e P_3 , a questo punto sceglie di nuovo una direzione a caso (senza tornare mai indietro) e procede fino a raggiungere una delle destinazioni $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ e A_7 . Al variare di i e j , indichiamo con P_i l'evento passa per il punto P_i e indichiamo con A_j l'evento giunge al punto A_j , sia infine X la variabile aleatoria definita da $X = j$ se si verifica A_j . Sceglie a caso vuol dire che se deve scegliere tra due possibili strade ciascuna strada ha probabilità $\frac{1}{2}$ di essere scelta, mentre se le strade sono 3 allora la probabilità è $\frac{1}{3}$.



- Calcolare la probabilità $P(X < 3)$.
- Calcolare la probabilità $P(P_3 \cup A_1)$.
- Calcolare la probabilità $P(A_1 | P_1 \cup P_2)$.
- Calcolare la probabilità $P(P_1 | A_1 \cup A_3)$.
- Calcolare la probabilità $P(P_3 | X > 3)$.
- Calcolare $\mathbb{E}[X]$.
- Calcolare $Var[X]$.

Esercizio 4. (V. 5 punti.) (Se possibile esprimere i risultati sotto forma di frazioni)

Siano X e Y due variabili aleatorie indipendenti e sia $Z := \min\{X, Y\}$. Supponiamo che X sia una variabile aleatoria binomiale di parametri $n = 2$ e $p = \frac{1}{2}$. Supponiamo inoltre che per la variabile aleatoria Y valga $P(Y = 0) = P(Y = 2) = P(Y = 4) = \frac{1}{3}$.

- (a) Calcolare la media e la varianza di Y .
- (b) Calcolare la densità discreta di Z .
- (c) Le variabili aleatorie X e Z sono indipendenti? (Giustificare la risposta.)
- (d) Calcolare $P(X = Z)$.
- (e) Calcolare $P(X = 1|Z = 0)$.

Esercizio 5. (V. 2 punti.)

Per quali valori $\mu \in \mathbb{R}$ esiste una variabile aleatoria X discreta a valori in $\{0, 1, 2\}$ tale che: $P(X = 0) \leq P(X = 1) \leq P(X = 2)$ e $\mathbb{E}[X] = \mu$ (Sugg. Per i valori μ per i quali la v.a. esiste occorre fornire un esempio mentre per i valori μ per i quali non esiste occorre fornire una dimostrazione)