

Eserciti di riepilogo sul calcolo combinatorio. Probabilità e Statistica

David Barbato

Esercizio 1. *Dimostrare che per ogni $k, n \in \mathbb{N}$ con $0 \leq k \leq n$ e $n \geq 1$ vale*

- $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

Esercizio 2. *Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ vale*

- $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} = 2^n$
- $\sum_{i=0}^n \lambda^i \binom{n}{i} = (\lambda + 1)^n$

Esercizio 3. *Quanti sono i possibili anagrammi della parola “ABRACADABRA”?*

Esercizio 4 (*). *10 amici si incontrano per giocare a calcetto, devono dividersi in 2 squadre di 5 giocatori ciascuna, in quanti modi possono farlo?*

Esercizio 5. *una persona ha 8 amici e decide di invitarne 5 a cena?*

(a) *In quanti modi può farlo?*

(b) *In quanti modi può farlo se 2 amici non vanno d'accordo e non vogliono stare insieme?*

(c) *In quanti modi può farlo se c è una coppia che non può essere separata?*

Soluzioni

Esercizio 3 $\binom{11}{5, 2, 2, 1, 1} = \frac{11!}{5! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!}$

Esercizio 4 126

Esercizio 5 a) $\binom{8}{5} = 56$, b) $\binom{6}{5} + \binom{6}{4} \cdot \binom{2}{1} = 36$ c) $\binom{6}{5} + \binom{6}{3} = 20$