

Esercitazione del 10/03/2015

Probabilità e Statistica

esercizi extra

David Barbato

Esercizi dal libro di testo: 1.1, 1.2, 1.3, 1.7, 1.8.

Soluzione esercizio 1.7. (i) $1 - \frac{\binom{13}{5}4^5}{\binom{52}{5}} \simeq 0.493$. (ii) $\frac{\binom{13}{1\ 3\ 9}(4)^{4^3}}{\binom{52}{5}} \simeq 0.42257$

Soluzione esercizio 1.8. (i) $\frac{3!\binom{27}{9\ 9\ 9}}{\binom{30}{10\ 10\ 10}} \simeq 0.24631$. (ii) $\frac{3\binom{27}{7\ 10\ 10}}{\binom{30}{10\ 10\ 10}} \simeq 0.08867$.

Esercizio 1 Subadditività (corollario 1.20 pag.19 del libro di testo.)

Sia A_n una successione di eventi, dimostrare che:

$$P(\cup_{n=1}^{\infty} A_n) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$$

Esercizio 2

Sia A_n una successione di eventi, dimostrare che:

$$(a) \quad P(\cup_{n=1}^{\infty} A_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(\cup_{i=1}^n A_i)$$
$$(b) \quad P(\cap_{n=1}^{\infty} A_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(\cap_{i=1}^n A_i)$$

Esercizio 3

Siano E ed F due eventi tali che $P(E) = 0.7$ e $P(F) = 0.8$, siano $A := E \cup F$ e $B := E \cap F$. Quali sono i valori massimi e minimi che possono assumere $P(A)$ e $P(B)$?

Soluzione

Costruire degli esempi espliciti in cui: $P(A) = 0.8$, $P(A) = 1$, $P(B) = 0.5$ e $P(B) = 0.7$. Dimostrare che $0.8 \leq P(A) \leq 1$ e $0.5 \leq P(B) \leq 0.7$.

Esercizio 4*

Sia f_n il numero di modi in cui si possono lanciare n monete e non ci siano mai due teste consecutive. Trovare una formula per ricorrenza per f_n .

Soluzione

Dimostrare che $f_1 = 2$, $f_2 = 3$ e $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ per ogni $n > 2$.

Esercizio 5

Le carte di un mazzo di 52 carte sono disposte a caso.

(a) Qual è la probabilità che la decima sia un asso?

(b) Qual è la probabilità che la decima sia il primo asso del mazzo?

Soluzione

$$(a) \quad \frac{1}{13} \quad (b) \quad \frac{\binom{48}{9} \cdot 4 \cdot 9! \cdot 42!}{52!}$$