

Esercitazione del 30/03/2015

Probabilità e Statistica

David Barbato

I quesiti contrassegnati con il simbolo # saranno accessibili dalla quinta settimana.

Esercizi dal libro di testo: 1.27, 1.28, 1.32, 1.35, 1.36, 3.2

Esercizio 1

Viene lanciata 8 volte una moneta regolare. Calcolare le seguenti probabilità.

- (a) Qual è la probabilità che i primi due lanci siano testa?
- (b) Qual è la probabilità che il terzo lancio sia croce?
- (c) Qual è la probabilità che i primi 4 lanci siano testa?
- (d) Qual è la probabilità che nei primi 3 lanci ci sia almeno una testa e almeno una croce?
- (e) Qual è la probabilità che tutti e 8 i lanci diano lo stesso esito?
- (f) Sapendo che i primi 3 lanci hanno dato testa, qual è la probabilità che tutti e 8 i lanci abbiano dato testa?
- (g) Sapendo che il terzo lancio ha dato croce, qual è la probabilità che tutti e 8 i lanci abbiano dato testa?
- (h) Qual è la probabilità che nei primi 5 lanci ci siano 2 teste e 3 croci (in qualsiasi ordine)?
- (i) Sapendo che tra i primi 2 lanci vi è almeno una testa, qual è la probabilità che tra i primi 2 lanci vi è almeno una croce?
- (l) Sapendo che nei primi 3 lanci vi è almeno una testa, qual è la probabilità che il primo lancio abbia dato testa?

Esercizio 2

È noto che la probabilità che un uomo sia daltonico è del 7%, mentre la probabilità che una donna sia daltonica è solo dello 0.5%. Considerato un gruppo di 30 persone costituito da 10 uomini e 20 donne scelti a caso:

- (a) Qual è la probabilità che nel gruppo non ci siano persone daltoniche?
- (b) Qual è la probabilità che nel gruppo ci siano esattamente un uomo daltonico e nessuna donna daltonica?
- (c)# Indichiamo con Z il numero totale di persone daltoniche del gruppo. Qual è il valor medio di Z ?
- (d) Scelta a caso una persona nel gruppo, qual è la probabilità che sia un uomo sapendo che si tratta di una persona daltonica?

Esercizio 3

Alessia e Daniele possiedono due dadi a sei facce. Il dado di Daniele è regolare mentre quello di Alessia è truccato. Indichiamo con A il risultato del lancio del dado di Alessia e con D il risultato del lancio del dado di Daniele. Supponiamo infine che il dado di Alessia abbia la seguente distribuzione:

$P(A = 6) = 0.3, P(A = 5) = 0.2, P(A = 4) = 0.2, P(A = 3) = 0.1,$
 $P(A = 2) = 0.1, P(A = 1) = 0.1.$

- (a) Calcolare $P(A > 3)$.
- (b)‡ Calcolare $\mathbb{E}[A]$.
- (c) Calcolare $P(D > 3)$.
- (d) Calcolare $P(A = 6, D = 6)$.
- (e) Calcolare $P(A = 5, D = 4)$.
- (f) Calcolare $P(A > 3, D > 3)$.
- (g) Calcolare $P(A = 6|A > 3)$.
- (h) Calcolare $P(A = 6|D > 3)$.
- (i) Calcolare $P(A + D = 11)$.
- (l) Calcolare $P(A \cdot D > 20)$.
- (m) Calcolare $P(A > D)$.
- (n) Calcolare $P(A = 6|A > D)$.

Esercizio 4

Consideriamo due mazzi di carte. Il primo mazzo (A) è costituito da 6 carte con i numeri $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ mentre il secondo mazzo (B) è costituito da 8 carte con i numeri $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Scegliamo un mazzo a caso e estraiamo una carta a caso dal mazzo.

- (a) Qual è la probabilità che la carta estratta sia un 2?
- (b) Qual è la probabilità che la carta estratta sia un 10?
- (c) Qual è la probabilità che la carta estratta sia un 4?
- (d) Qual è la probabilità che la carta estratta sia minore (stretto) di 5?
- (e) Sapendo che la carta estratta è un 3, qual è la probabilità che sia stata estratta dal mazzo A?
- (f) Sapendo che la carta estratta è minore (stretto) di 5, qual è la probabilità che sia stata estratta dal mazzo A?
- (g)‡ Sia X_A il valore di una carta estratta a caso dal mazzo A. Quanto vale $\mathbb{E}[X_A]$?
- (h)‡ Sia X_B il valore di una carta estratta a caso dal mazzo B. Quanto vale $\mathbb{E}[X_B]$?
- (i)‡ Scegliamo un mazzo a caso ed estraiamo una carta a caso. Indichiamo con X il valore della carta. Quanto vale $\mathbb{E}[X]$?

Soluzioni.

Esercizio 1 (a) $\frac{1}{4}$, (b) $\frac{1}{2}$, (c) $\frac{1}{16}$, (d) $\frac{3}{4}$, (e) $\frac{1}{128}$, (f) $\frac{1}{32}$, (g) 0, (h) $\frac{5}{16}$, (i) $\frac{2}{3}$, (l) $\frac{4}{7}$,

Esercizio 2 (a) $(1 - 0.005)^{20} \cdot (1 - 0.07)^{10} \simeq 0.4378$, (b) $\simeq 0.33$, (c) 0.8, (d) $\frac{7}{8}$,

Esercizio 3

	A	L	E	S	S	I	A
D	1	1	2	3	4	5	6
A	1	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{3}{60}$
N	2	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{3}{60}$
I	3	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{3}{60}$
E	4	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{3}{60}$
L	5	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{3}{60}$
E	6	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{3}{60}$

(a) $\frac{7}{10}$, (b) $\frac{21}{5}$, (c) $\frac{1}{2}$, (d) $\frac{1}{20}$, (e) $\frac{1}{30}$, (f) $\frac{7}{20}$, (g) $\frac{3}{7}$, (h) $\frac{3}{10}$, (i) $\frac{1}{12}$, (l) $\frac{1}{4}$, (m) $\frac{8}{15}$, (n) $\frac{15}{32}$

Esercizio 4 (a) $\frac{1}{12}$, (b) $\frac{1}{16}$, (c) $\frac{7}{48}$, (d) $\frac{11}{24}$, (e) $\frac{4}{7}$, (f) $\frac{8}{11}$, (g) $\frac{7}{2}$, (h) $\frac{13}{2}$, (i) 5.