Esercizi
Probabilità e Statistica
Foglio 15

David Barbato

Esercizio 1. *Sia* $(X_i)_{i\in\{1,\dots,8\}}$ *un campione gaussiano,* $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ *con varianza* $\sigma^2 = 9$ *nota e media* μ *non nota. Supponiamo che si realizzi una media campionaria* $\overline{x} = 15$*.*
(a) Determinare un intervallo di confidenza centrato per μ *con livello di confidenza* $\gamma = 95\%$*.*
(b) Determinare un intervallo di confidenza destro per μ *con livello di confidenza* $\gamma = 95\%$*.*
(c) Determinare un intervallo di confidenza centrato per μ *con livello di confidenza* $\gamma = 90\%$*.*
(d) Determinare un intervallo di confidenza sinistro per μ *con livello di confidenza* $\gamma = 99\%$*.*

Esercizio 2. *Un segnale radio viene emesso con frequenza distribuita normalmente e con valore atteso* μ *e deviazione standard* $30kHz$*. Supponendo di osservare la seguente serie di frequenze in kHz:*

620	632	601	643	659
594	641	611	613	487
Totale 6101				

(a) Determinare un intervallo di confidenza centrato per μ *con livello di confidenza* $\gamma = 99\%$*.*
(c) Determinare un intervallo di confidenza centrato per μ *con livello di confidenza* $\gamma = 90\%$*.*
(b) Determinare un intervallo di confidenza destro per μ *con livello di confidenza* $\gamma = 95\%$*.*
(d) Determinare un intervallo di confidenza sinistro per μ *con livello di confidenza* $\gamma = 95\%$*.*

Soluzioni

Esercizio 1

Ci sono $n = 8$ campioni.
(a) In questo caso $\gamma = 0.95$ e $\alpha = 1 - \gamma = 0.05$, utilizzando le formule viste a lezione l'intervallo è dato da:

$$[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] =$$

$$[\overline{x} - z_{0.025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{0.025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [12.9211, 17.0789]$$

dove $z_{0.025}$ è definito da $P(Z > z_{0.025}) = 0.025$ con $Z \sim N(0,1)$ dunque $\Phi(z_{0.025}) = 0.975$ utilizzando la tavola della distribuzione normale si ottiene $z_{0.025} = 1.96$.
(b)

$$[\overline{x} - z_{\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \infty] =$$

$$[\overline{x} - z_{0.05}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \infty] = [13.255, \infty]$$

(c) In questo caso $\gamma = 0.90$ e $\alpha = 1 - \gamma = 0.10$

$$[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] =$$

$$[\overline{x} - z_{0.05}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{0.05}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [13.255, 16.745]$$

(d) In questo caso $\gamma = 0.99$ e $\alpha = 1 - \gamma = 0.01$

$$[-\infty, \overline{x} + z_{\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] =$$

$$[-\infty, \overline{x} + z_{0.01}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [-\infty, 17.467]$$

Esercizio 1

$\sigma = 30$, dalla tabella ricaviamo immediatamente $n = 10$ e $\overline{x} = 610.1$.
(a) $\alpha = 0.01$.

$$[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [585.7, 634.5]$$

(b) $\alpha = 0.10$.

$$[\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [594.5, 625.7]$$

(c) $\alpha = 0.05$.

$$[\overline{x} - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \infty] = [594.5, \infty)$$

(d) $\alpha = 0.05$.

$$[-\infty, \overline{x} + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = (-\infty, 625.7]$$