

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

ANALISI MATEMATICA 1 3^o appello — 15/7/2011

Facoltà di Ingegneria, Area dell'Informazione

Tema 1

E.1) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{2 - e^{3x}}$$

(dominio naturale, segno, limiti ed asintoti, eventuali prolungamenti per continuità, derivabilità, crescita e decrescenza, eventuali punti di massimo e di minimo locale e globale, limiti di f' ove rilevanti, concavità e convessità ed eventuali flessi, abbozzo del grafico).

Riportare l'abbozzo del grafico anche sul retro di QUESTO foglio.

E.2) Dato il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + x^\alpha) - x^\alpha + \sinh^3 x}{\tan^3 x + (1 - \cos x)^\alpha}$$

calcolarlo (i) per $\alpha = 1$,

(ii) per $\alpha = \frac{3}{2}$,

(iii) per i restanti $\alpha > 0$.

Risposte esercizio 2 :

E.3) Calcolare

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{2 - \cos x} dx$$

Risposta esercizio 3 :

T.1) Dato un numero complesso $c \neq 0$ si dica quante soluzioni complesse ha l'equazione $z^5 = c$, si dia una formula per tali soluzioni e una loro descrizione geometrica, e infine si dimostri la formula.

T.2) Dare la definizione di serie convergente, divergente, irregolare. Si dia un esempio di ognuno di questi tre comportamenti scegliendo opportunamente il parametro b nella serie $\sum_{k=3}^{\infty} b^{-k}$.

T.3) Data $f : (-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ si dica che implicazioni sussistono tra le seguenti proprietà

(a) f è continua in -1 ,

(b) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ esiste finito,

(c) f è derivabile in -1 .

Giustificare le risposte, eventualmente con controesempi, e dimostrare almeno uno dei risultati di teoria utilizzati.

Tempo totale a disposizione per teoria ed esercizi: due ore e 45 minuti.

Lo svolgimento degli esercizi deve essere scritto sul foglio intestato a 6 facciate, con adeguate giustificazioni dei passaggi.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

I fogli di brutta copia non vanno consegnati e comunque non vengono corretti.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

ANALISI MATEMATICA 1 3° appello — 15/7/2011

Facoltà di Ingegneria, Area dell'Informazione

Tema 2

E.1) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{e^{2x} - 1}$$

(dominio naturale, segno, limiti ed asintoti, eventuali prolungamenti per continuità, derivabilità, crescita e decrescita, eventuali punti di massimo e di minimo locale e globale, limiti di f' ove rilevanti, concavità e convessità ed eventuali flessi, abbozzo del grafico).

Riportare l'abbozzo del grafico anche sul retro di QUESTO foglio.

E.2) Dato il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^3 x + \log(1 - x^\alpha) + x^\alpha}{\tanh^3 x + (1 - \cos x)^\alpha}$$

calcolarlo (i) per $\alpha = 1$,

(ii) per $\alpha = \frac{3}{2}$,

(iii) per i restanti $\alpha > 0$.

Risposte esercizio 2 :

E.3) Calcolare

$$\int_{\frac{2}{3}\pi}^{\frac{3}{4}\pi} \frac{\tan x}{\cos x - 1} dx$$

Risposta esercizio 3 :

T.1) Dato un numero complesso $h \neq 0$ si dica quante soluzioni complesse ha l'equazione $z^6 = h$, si dia una formula per tali soluzioni e una loro descrizione geometrica, e infine si dimostri la formula.

T.2) Dare la definizione di serie convergente, divergente, irregolare. Si dia un esempio di ognuno di questi tre comportamenti scegliendo opportunamente il parametro α nella serie $\sum_{k=2}^{\infty} (\alpha - 1)^k$.

T.3) Data $f : (2, 13] \rightarrow \mathbb{R}$ si dica che implicazioni sussistono tra le seguenti proprietà

(a) f è derivabile in 5,

(b) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ esiste finito,

(c) f è continua in 5.

Giustificare le risposte, eventualmente con controesempi, e dimostrare almeno uno dei risultati di teoria utilizzati.

Tempo totale a disposizione per teoria ed esercizi: due ore e 45 minuti.

Lo svolgimento degli esercizi deve essere scritto sul foglio intestato a 6 facciate, con adeguate giustificazioni dei passaggi.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

I fogli di brutta copia non vanno consegnati e comunque non vengono corretti.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

ANALISI MATEMATICA 1 3^o appello — 15/7/2011

Facoltà di Ingegneria, Area dell'Informazione

Tema 3

E.1) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{e^{4x} - 2}$$

(dominio naturale, segno, limiti ed asintoti, eventuali prolungamenti per continuità, derivabilità, crescita e decrescita, eventuali punti di massimo e di minimo locale e globale, limiti di f' ove rilevanti, concavità e convessità ed eventuali flessi, abbozzo del grafico).

Riportare l'abbozzo del grafico anche sul retro di QUESTO foglio.

E.2) Dato il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sinh^3 x + x^\alpha + \log(1 - x^\alpha)}{(1 - \cos x)^\alpha + \tan^3 x}$$

calcolarlo (i) per $\alpha = 1$,

(ii) per $\alpha = \frac{3}{2}$,

(iii) per i restanti $\alpha > 0$.

Risposte esercizio 2 :

E.3) Calcolare

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{-\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos x - 2} dx$$

Risposta esercizio 3 :

T.1) Dato un numero complesso $w \neq 0$ si dica quante soluzioni complesse ha l'equazione $z^7 = w$, si dia una formula per tali soluzioni e una loro descrizione geometrica, e infine si dimostri la formula.

T.2) Dare la definizione di serie convergente, divergente, irregolare. Si dia un esempio di ognuno di questi tre comportamenti scegliendo opportunamente il parametro b nella serie $\sum_{k=4}^{\infty} \frac{1}{b^k}$.

T.3) Data $f : [-3, 10[\rightarrow \mathbb{R}$ si dica che implicazioni sussistono tra le seguenti proprietà

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ esiste finito,

(b) f è derivabile in 1,

(c) f è continua in 1.

Giustificare le risposte, eventualmente con controesempi, e dimostrare almeno uno dei risultati di teoria utilizzati.

Tempo totale a disposizione per teoria ed esercizi: due ore e 45 minuti.

Lo svolgimento degli esercizi deve essere scritto sul foglio intestato a 6 facciate, con adeguate giustificazioni dei passaggi.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

I fogli di brutta copia non vanno consegnati e comunque non vengono corretti.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

ANALISI MATEMATICA 1 3^o appello — 15/7/2011

Facoltà di Ingegneria, Area dell'Informazione

Tema 4

E.1) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{1 - e^{3x}}$$

(dominio naturale, segno, limiti ed asintoti, eventuali prolungamenti per continuità, derivabilità, crescita e decrescita, eventuali punti di massimo e di minimo locale e globale, limiti di f' ove rilevanti, concavità e convessità ed eventuali flessi, abbozzo del grafico).

Riportare l'abbozzo del grafico anche sul retro di QUESTO foglio.

E.2) Dato il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + x^\alpha) - x^\alpha + \sin^3 x}{(1 - \cos x)^\alpha + \tanh^3 x}$$

calcolarlo (i) per $\alpha = 1$,

(ii) per $\alpha = \frac{3}{2}$,

(iii) per i restanti $\alpha > 0$.

Risposte esercizio 2 :

E.3) Calcolare

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{1 - \cos x} dx$$

Risposta esercizio 3 :

T.1) Dato un numero complesso $\beta \neq 0$ si dica quante soluzioni complesse ha l'equazione $z^4 = \beta$, si dia una formula per tali soluzioni e una loro descrizione geometrica, e infine si dimostri la formula.

T.2) Dare la definizione di serie convergente, divergente, irregolare. Si dia un esempio di ognuno di questi tre comportamenti scegliendo opportunamente il parametro b nella serie $\sum_{k=1}^{\infty} (1 - b)^k$.

T.3) Data $f : [0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ si dica che implicazioni sussistono tra le seguenti proprietà

(a) f è derivabile in $\frac{1}{2}$,

(b) f è continua in $\frac{1}{2}$,

(c) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ esiste finito.

Giustificare le risposte, eventualmente con controesempi, e dimostrare almeno uno dei risultati di teoria utilizzati.

Tempo totale a disposizione per teoria ed esercizi: due ore e 45 minuti.

Lo svolgimento degli esercizi deve essere scritto sul foglio intestato a 6 facciate, con adeguate giustificazioni dei passaggi.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

I fogli di brutta copia non vanno consegnati e comunque non vengono corretti.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.