

Analisi Matematica 2, II Appello – 28 Febbraio 2012
Ingegneria dell'Informazione, matr. 0-4, corso prof. Bardi

Tema A

FARE SUBITO: 1) Inserire qui e sul foglio intestato le proprie generalità. 2) Riportare sul foglio intestato il nome del tema (A, B, C,...) alla voce "N. Tema".

COSA CONSEGNARE: questo foglio con le crocette al posto giusto nel riquadro in basso e il foglio intestato con gli SVOLGIMENTI degli esercizi.

REGOLE: NON inserire fogli di brutta copia - Risposte non giustificate sul foglio intestato o non coerenti con quanto ivi scritto non saranno prese in considerazione - Condizione necessaria affinché il compito sia corretto: almeno 3 risposte numeriche ESATTE - TEMPO: 2 ore e 20 minuti

1. Trovare i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2y + y^3 - y + 1$ e dire se sono esattamente (per min/max si intendono rispettivamente minimo locale/massimio locale):

1. a) 2 min, 2 selle b) 2 max, 2 selle c) 3 max, 1 sella d) 2 min, 2 max e) 1 min, 1 max, 2 selle f) 3 min, 1 sella

2. Calcolare l'integrale $\int \int_E \sqrt{x^2 + y^2 + 3} dx dy$ con $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq |x|\}$.

Es. 2 a) π b) $\pi(2 - \sqrt{2})/5$ c) $\pi/2$ d) $\pi(8 - 3\sqrt{3})/6$ e) $(9 + 3\sqrt{3})/5$ f) $-\pi(1 + \sqrt{2})$

3. Sia $\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x+y}}, -\frac{x+2y}{\sqrt{x+y}} \right)$. Disegnare il dominio di \mathbf{F} . Ammettere che \mathbf{F} sia conservativo (non verificarlo); calcolarne una primitiva (sul foglio) e poi l'integrale di \mathbf{F} lungo la curva $\gamma(t) = (\cos^2 t, \sin^2 t)$, $t \in [0, \pi/2]$.

Es. 3 a) 2 b) $-6 \log 8$ c) $6 \log 8$ d) -2 e) 5 f) $17/2$

4. Sia G l'insieme $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$ la cui frontiera è costituita da mezza sfera e da un disco nel piano $z = 0$. Sia $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(xz^2, \frac{1}{3}y^3 + \tan z, x^2z + y^2 \right)$.

i) Calcolare il flusso di \mathbf{F} uscente da G dalla base (il disco);

Es. 4i a) 0 b) $-\pi/4$ c) $6\pi/5$ d) $-5\pi/4$ e) $\pi/5$ f) $\pi/4$

ii) usare il teorema della divergenza per calcolare il flusso di \mathbf{F} uscente da G dalla sola calotta sferica (Emisfero Nord).

Es. 4ii a) $-\pi/17$ b) 6π c) $13\pi/20$ d) $15\pi/7$ e) $-15\pi/7$ f) 0

5. Determinare (sul foglio) la parte singolare di $\frac{1}{(z-1)^2(z-5)^3}$ attorno a $z = 1$. Calcolare poi l'integrale

$$\int_{|z-2|=2} \frac{1}{(z-1)^2(z-5)^3} dz$$

Es. 5 a) $-128i\pi$ b) $\frac{256i\pi}{5}$ c) $-\frac{2i\pi}{15}$ d) $\frac{3i\pi}{5}$ e) $\frac{5\pi}{256}$ f) $-\frac{3i\pi}{128}$

6. Risolvere (sul foglio) il problema di Cauchy $y' = \frac{ty}{2 \log y}$, $y(0) = e$, e calcolare $y(\sqrt{6})$.

Es. 6 a) $\sqrt{6}/\log 6$ b) $e - 2$ c) $1 + \log 6$ d) e^2 e) $2e$ f) $\log 6/2$

Risposte: barrare con una X in corrispondenza delle risposte corrette

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	ALTRO
1							
2							
3							
4i)							
4ii)							
5							
6							