COGNOME:	*NOME*:	*MATR.*:

Analisi Matematica 2 – Ingegneria dell'Informazione
4^o appello – 17 settembre 2013

Tema A

FARE SUBITO: 1) Inserire qui e sul foglio intestato le proprie generalità. 2) Riportare sul foglio intestato il nome del tema (A, B, C,...) alla voce "N. Tema".
COSA CONSEGNARE: questo foglio con le RISPOSTE SCRITTE NEGLI APPOSITI SPAZI e il foglio intestato con gli SVOLGIMENTI degli esercizi.
REGOLE: NON inserire fogli di brutta copia - Risposte non giustificate sul foglio intestato o non coerenti con quanto ivi scritto non saranno prese in considerazione - TEMPO: 2 h 20'

1. Data la funzione $f(x,y) = y^3 + x^2 - 6xy + 3x + 6y - 2$

   i) si trovino i punti critici di f e se ne discuta la natura **Risp.:** $(\frac{27}{2}, 5)$ min. loc., $(\frac{3}{2}, 1)$ sella

   ii) si dica se qualcuno di tali punti é di estremo assoluto, motivando la risposta.

   Risp.: nessuno perchè $\inf_y f(0,y) = -\infty$.

2. Dato il problema di Cauchy
$$y' = ty^2, \qquad y(1) = 1,$$
   si calcoli la soluzione $y(t)$, **Risp.:** $y(t) = -\frac{2}{t^2-3}$

   specificando l'intervallo massimale di esistenza, **Risp.:** $]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$

3. Si consideri la forma differenziale
$$\omega = \frac{4}{4+(x+y^2)^2}\,dx + \frac{g(y)}{4+(x+y^2)^2}\,dy$$
   dove $g \in C^1(\mathbb{R})$.

   i) Trovare una funzione g tale che la forma sia esatta e dire se tale g é unica, **Risp.:** $g(y) = 8y$

   ii) per la g appena trovata calcolare una primitiva di ω, **Risp.:** $2\arctan(\frac{x+y^2}{2})$

   iii) calcolare $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma(t) = (t^5, t)$, $t \in [0,1]$. **Risp.:** $\pi/2$

4. Si abbozzi il disegno del solido
$$\Omega = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; 0 \le z \le 2\,, \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \le 1 + z^2\right\}.$$
   Si calcoli con il teorema della divergenza il flusso uscente da Ω del campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z) = (x, -\frac{y}{2}, x^2 - e^y)$.

   Risp.: 14π

5. Data la funzione di variabile complessa
$$f(z) = \frac{z^2 - 2z + 5}{z^4 - 2iz^3 - (1+2i)z^2}$$
   si trovino gli zeri e i poli, **Risp.:** zero: $1-2i$, poli: 0, -1

   e si calcoli $\int_\gamma f'(z)/f(z)dz$, dove γ è la circonferenza di centro 0 e raggio 3 (percorsa una volta in senso antiorario), **Risp.:** $-4\pi i$