

Analisi Matematica 2 – Ingegneria dell'Informazione
3° appello – 24 giugno 2013

Tema A

FARE SUBITO: 1) Inserire qui e sul foglio intestato le proprie generalità. 2) Riportare sul foglio intestato il nome del tema (A, B, C,...) alla voce "N. Tema".

COSA CONSEGNARE: questo foglio con le **RISPOSTE SCRITTE NEGLI APPOSITI SPAZI** e il foglio intestato con gli **SVOLGIMENTI** degli esercizi.

REGOLE: **NON** inserire fogli di brutta copia - Risposte non giustificate sul foglio intestato o non coerenti con quanto ivi scritto non saranno prese in considerazione - **TEMPO: 2 h 20'**

1. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da $f(0,0) = 0$ e

$$f(x, y) = \frac{xy^2}{\sqrt{x^2 + 2y^2}} \quad \text{per } (x, y) \neq (0, 0).$$

i) Dimostrare che f è continua in $(0, 0)$;

ii) calcolare, se esistono, le derivate parziali di f in $(0, 0)$; **Risp.:**

iii) la funzione f è differenziabile in $(0, 0)$? Giustificare la risposta. **Risp.:**

2. Si consideri la funzione $f(x, y) = (x^2 + y^2)^3 - x^4 + y^4$.

i) Calcolare il $\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} f(x, y)$; **Risp.:**

ii) calcolare, se esistono, massimo e minimo assoluti f in \mathbb{R}^2 . **Risp.:**

3. Si consideri l'equazione differenziale $y'' - y' + y = (x + 1)e^x$.

i) Determinare la soluzione generale dell'equazione omogenea associata;

Risp.:

ii) determinare la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione non omogenea, con dati iniziali $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

Risp.:

4. Si considerino la curva parametrica in coordinate polari

$$\rho = e^{-\theta}, \quad \theta \in [0, 2\pi],$$

e la forma differenziale

$$\omega = \cos y \, dx - x \sin y \, dy.$$

i) Calcolare la lunghezza di γ ; **Risp.:**

ii) calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \omega$. **Risp.:**

5. Si consideri il solido di rotazione

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 4 \geq y^2 + z^2, e^2 x + 1 \leq e^{2 - \sqrt{y^2 + z^2}}\}$$

i) Abbozzare il disegno dell'intersezione di S col piano xy ;

ii) calcolare il volume di S . **Risp.:**