

## Program of the course Differential Equations 2 - academic year 2012-13

The course will be an introduction to nonlinear partial differential equations of first order.

### Part 1 [M. Bardi]:

- Models and motivations.
- The method of characteristics.
- Hamilton-Jacobi equations: links with analytical mechanics and calculus of variations; Hopf-Lax formulas.
- Introduction to viscosity solutions: well-posedness of the Dirichlet and Cauchy problems for Hamilton-Jacobi equations.
- Applications to optimal control theory and differential games.

### Part 2 [F. Ancona]:

- Scalar conservation laws in one space variable: weak solutions; link with Hamilton-Jacobi equations; Lax-Oleinik formula.
- Semigroup of weak entropic solutions. Construction of solutions by the front-tracking method.
- Uniqueness of weak entropic solutions (a la Kruzhkov and a la Oleinik) of the Cauchy problem.
- The method of vanishing viscosity.
- The method of compensated compactness.
- The mixed initial-boundary value problem.
- Applications to boundary control problems.

### Main references:

- L.C. Evans: Partial Differential Equations, 2nd edition, American Mathematical Society, 2010.
- M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta: Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations, Birkhauser 1997; 2nd printing, Modern Birkhauser Classics, 2008
- A. Bressan, Hyperbolic systems of conservation laws – The one dimensional Cauchy problem. Oxford Univ. Press, Oxford, 2000.
- C. Dafermos, Hyperbolic conservation laws in continuum physics, Springer, 2010, 3rd edition.

Prerequisites: Calculus and advanced calculus.

=====

## Programma del corso di Equazioni Differenziali 2 - a.a. 2012-13

Il corso sarà un'introduzione alle equazioni nonlineari alle derivate parziali del prim'ordine.

### 1a parte [M. Bardi]:

- Modelli e motivazioni.
- Il metodo delle caratteristiche.
- Equazioni di Hamilton-Jacobi: collegamenti con la meccanica analitica e il

calcolo delle variazioni; formule di Hopf-Lax.

- Introduzione alle soluzioni di viscosità: buona posizione dei problemi di Dirichlet e di Cauchy per le equazioni di Hamilton-Jacobi.
- Applicazioni alla teoria del controllo ottimo e dei giochi differenziali.

2a parte [F. Ancona]:

- Leggi di conservazione scalari in una variabile spaziale: soluzioni deboli; legame con le equazioni di Hamilton-Jacobi; formula di Lax-Oleinik.
- Semigruppato di soluzioni deboli entropiche. Costruzione di soluzioni mediante il metodo di tracciamento dei fronti d'onda.
- Unicità di soluzioni deboli entropiche (alla Kruzhkov ed alla Oleinik) del problema di Cauchy.
- Il metodo della viscosità evanescente.
- Il metodo di compattezza compensata.
- Il problema misto al bordo ed ai dati iniziali.
- Applicazioni a problemi di controllo al bordo.

Testi di riferimento:

- L.C. Evans: Partial Differential Equations, 2nd edition, American Mathematical Society, 2010.
- M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta: Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations, Birkhauser 1997; 2nd printing, Modern Birkhauser Classics, 2008
- A. Bressan, Hyperbolic systems of conservation laws – The one dimensional Cauchy problem. Oxford Univ. Press, Oxford, 2000.
- C. Dafermos, Hyperbolic conservation laws in continuum physics, Springer, 2010, 3rd edition.

Prerequisiti: Calcolo differenziale e integrale in più variabili.