Esercizio 1 Sia

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

1. Determinare i punti di masimao e minimo relativo. $f(x, y)$ ammette massimo e minimo assoluti nel suo dominio?

2. Determinare il massimo e il minimo assoluti nel triangolo di vertici i punti $(0, 0)$, $(1, 0), (0, 1)$.

Esercizio 2
Sia D il solido:

$$D = \{(x, y.z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 - x^2; \quad x^2 + y^2 \leq 1\}$$

1. Disegnare D e trovarne il volume di D.

2. Calcolare
$$\iiint_D \frac{1}{1 - x^2} dV.$$

Esercizio 3
Si consideri il campo vettoriale:

$$\mathbf{F} = ye^{xy}\mathbf{i} + (xe^{xy} + 1)\mathbf{j}.$$

1. Verificare che $\mathbf{F}$ è conservativo e trovarne un potenziale.

2. Calcolare il lavoro compiuto dal campo lungo l'arco di curva di equazione $y = x^3$, con $0 \leq x \leq 1$.

Esercizio 4
Sia V il solido definito da:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Calcolare il flusso totale di $\mathbf{F} = (x + 2y)\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ uscente da V ed il flusso uscente attraverso ogni superficie che delimita V.
Esercizio 5
Sia

$$\mathbf{F} = y^2\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + xz\mathbf{k}.$$

1. Calcolare il lavoro compiuto dal campo lungo la curva intersezione del piano $z = 4$ con la superficie cilindrica di equazione $x^2 + y^2 = 2x$, percorsa in verso antiorario se vista dall'alto.

2. Verificare il risultato ottenuto in (1) usando la formula di Stokes.

Esercizio 6 (Per chi fa il secondo compito) Sia

$$R = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le z \le 2 - y; \quad x^2 + y^2 \le 1\}$$

Disegnare R e verificare che la sua frontiera è costituita dalle due seguenti superfici:
una ellisse E nel piano $z = 2 - y$;
una porzione $\mathcal{S}$ del cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 1$.

1. Calcolare l'area di E.

2. Calcolare l'area di $\mathcal{S}$.