

Esercizio 1 Determinare massimo e minimo assoluti di

$$f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 y^2} \quad \text{nell'insieme} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Esistono massimi e minimi assoluti per la funzione f considerata su tutto il suo dominio \mathbb{R}^2 ? **Esercizio 2** Data la regione piana

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, \quad x + y \geq 0\},$$

disegnarla e trovare le coordinate del baricentro, supposto che essa abbia densità costante 1.

(Determinare cioè $\frac{1}{\text{Area } D} \iint_D x dA$ e $\frac{1}{\text{Area } D} \iint_D y dA$).

Esercizio 3 Si consideri il campo vettoriale:

$$\mathbf{F} = \left(\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} \right) (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}).$$

1. Determinare un potenziale per il campo.
2. Trovare il lavoro del campo \mathbf{F} lungo la curva

$$\mathcal{C} = \begin{cases} x = e^t \\ y = e^t \sin t \\ z = t^2 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$

Esercizio 4 Si consideri il solido

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 5, z \geq 1\}.$$

1. Descriverne la frontiera e calcolarne il volume.
2. Servendosi del teorema della divergenza calcolare il flusso del campo $\mathbf{F} = (x + 2y)\mathbf{i} - 3y\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}$ uscente da ciascuna delle due superficie che delimitano V .

Esercizio 5 Il solido V ed il campo \mathbf{F} sono quelli dell'Esercizio 4.

1. Parametrizzare la curva

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 5, z = 1\}$$

in modo che sia percorsa in verso antiorario se vista dall'alto, e trovare il lavoro di \mathbf{F} lungo tale curva.

2. Calcolare poi il rotore di \mathbf{F} e verificare il risultato ottenuto mediante la formula di Stokes.