Esercizio 1. Sia

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 3x + xy.$$

(1) Determinare i massimi e minimi relativi di $f(x,y)$.
(2) Determinare il massimo e il minimo assoluti di $f(x,y)$ nel dominio $D = \{(x,y) \mid \ x \geq 0, \ y \geq 0, \ x+y \leq 2\}$.

Esercizio 2. Sia V il solido:

$$V = \{(x, y.z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 \leq z \leq 3 + 2x\}.$$

Disegnare V e trovarne il volume.
(Suggerimento: trasformare la proiezione di V sul piano $z = 0$ con il cambio di variabili $x - 1 = r\cos\theta; \quad 2y = r\sin\theta$.)

Esercizio 3. Si consideri il campo vettoriale:

$$\mathbf{F} = \frac{x}{x^2 + 2y^2 - 1}\mathbf{i} + \frac{2y}{x^2 + 2y^2 - 1}\mathbf{j}.$$

(1) Determinare se $\mathbf{F}$ è conservativo e in caso affermativo trovarne un potenziale..
(2) Calcolare il lavoro compiuto dal campo lungo l'arco di circonferenza $x^2 + y^2 = 4$, con $x \geq 0$ percorso in verso antiorario.

Esercizio 4. Sia V il solido definito da:

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 3z; \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

Calcolare il flusso totale di $\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} + (y+z)\mathbf{j} + (z+x)\mathbf{k}$ uscente da V ed il flusso uscente attraverso ogni superficie che delimita V.

Esercizio 5. Si consideri il campo vettoriale $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + (z+x)\mathbf{k}$ e sia $\mathcal{C}$ la curva intersezione delle due superfici

$$\mathcal{S}_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{x^2+y^2}\}, \quad \mathcal{S}_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 1 - \sqrt{x^2+y^2}\}$$

percorsa in verso antiorario se vista dall'alto

(1) Parametrizzare la curva $\mathcal{C}$ e trovare il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo tale curva.
(2) Calcolare il rotore di $\mathbf{F}$ e verificare il risultato ottenuto mediante la formula di Stokes.