

Corso di Meccanica Analitica
Programma dettagliato a.a. 2017-18

1. Generalità
 - Richiami* sul formalismo hamiltoniano: equazioni di Hamilton, parentesi di Poisson.
 - La conservazione del volume nello spazio delle fasi; il teorema del ritorno (senza dimostrazione).
2. Trasformazioni canoniche
 - Trasformazioni strettamente canoniche e relative condizioni necessarie e sufficienti: simpletticità della jacobiana; preservazione delle parentesi di Poisson; preservazione debole della 1-forma di Liouville.
 - Riscaldamenti e trasformazioni canoniche generali.
 - Generazione di trasformazioni canoniche: funzioni generatrici in variabili miste, il flusso hamiltoniano come trasformazione canonica. Applicazione: il metodo di Lie per generare trasformazioni canoniche prossime all'identità.
 - Trasformazioni canoniche dipendenti dal tempo; il passaggio a coordinate rotanti; il problema a due corpi Kepleriano in coordinate rotanti; i punti di equilibrio lagrangiani e il problema della stabilità di $L_4 - L_5$.
3. Il corpo rigido
 - Richiami**: cinematica elementare, la nozione di velocità angolare; cinematica delle masse e operatore di inerzia.
 - Il corpo rigido di Eulero–Poinsot; la descrizione di Poinsot limitatamente al caso simmetrico.
4. Sistemi hamiltoniani integrabili
 - Nozione di sistema integrabile.
 - Le variabili di azione–angolo per il pendolo.
 - Il teorema di Liouville–Arnold: enunciato, dimostrazione*** della prima parte.
 - Esempio: i sistemi isocroni; moto risonante e non risonante sul toro.
 - Esempio: il moto centrale.
 - Esempio: il corpo rigido di Eulero–Poinsot, le coordinate di Andoyer–Deprit.
5. Introduzione alla Teoria hamiltoniana delle perturbazioni
 - Sistemi prossimi a sistemi integrabili; la “stima a priori”.
 - Il principio della media; esempi e controesempi significativi.
 - Un esempio non hamiltoniano: il ciclo limite per l'equazione di Van der Pol.
 - Sistemi isocroni perturbati, un passo perturbativo: il caso di perturbazione f con serie di Fourier troncata; risonanze; forma normale risonante e non risonante; la struttura della nuova perturbazione; il caso di f generale analitica e la condizione diofantea di Siegel.
 - Sistemi non isocroni perturbati: il modello dei rotatori; situazioni di forte e debole accoppiamento, rilevanza del dominio. Un passo perturbativo: caso non risonante; moto entro una risonanza semplice; moti entro una risonanza multipla. Qualche risultato numerico illustrativo. Estensione a generici sistemi convessi.
6. I grandi teoremi della teoria hamiltoniana delle perturbazioni
 - Teorema KAM, teorema di Nekhoroshev, stime esponenziali per sistemi isocroni perturbati: enunciati commentati; cenno al problema della diffusione.
7. Invarianti adiabatici
 - Nozione di invariante adiabatico; il gas unidimensionale.
 - L'oscillatore armonico con frequenza lentamente variabile.

* Le nozioni, riprese in aula, devono essere note, mentre non sono richieste le dimostrazioni.

** Richiami per i matematici, parte nuova in programma per i fisici.

*** Facoltativo per i fisici, a compensazione di **.

L'esame si svolge in forma scritta in un'unica soluzione; il tema d'esame comprende sia esercizi che teoria. A tutti gli studenti tuttavia è concesso di sostituire la parte sulla teoria con un esame orale alla lavagna (avvisare in precedenza tramite e-mail). Agli studenti che abbiano preparato con particolare attenzione alcune parti di programma è comunque data la possibilità di essere ascoltati anche se hanno scelto la forma scritta, purchè l'esito, in questo caso provvisorio, sia di almeno 27/30 (avvisare in precedenza tramite e-mail).