

Introduzione ai Modelli Probabilistici

(Corso interno per il I anno della Classe di Scienze Naturali)

Titolare: Alessandra Bianchi

Programma

Il corso si propone di introdurre alcune strutture matematiche essenziali del Calcolo delle Probabilità come strumenti per le applicazioni nelle varie scienze. L'ambiente di lavoro sarà quello degli spazi di probabilità discreti che verranno introdotti nelle prime lezioni. Si procederà quindi nella discussione di alcuni modelli di ampio uso nelle applicazioni e da cui originano problemi tuttora aperti nell'ambiente della ricerca. Segue l'elenco dei principali argomenti trattati con relativo riferimento ai testi riportati a fondo pagina.

1. *Primi elementi di teoria:* Spazi di probabilità discreti e elementi di calcolo combinatorio ([CDP], cap. 1).
2. *Il modello di Ising in meccanica statistica:* Definizione, proprietà e analisi della transizione di fase in dimensione 1 e 2 ([CDP], cap. 2).
3. *Variabili aleatorie discrete:* Distribuzioni discrete; valor medio; indipendenza di variabili aleatorie; distribuzioni binomiale e geometrica; la funzione generatrice dei momenti. ([CDP], cap. 3).
4. *Applicazione a due problemi comuni:* il problema del collezionista di figurine; il mescolamento di un mazzo di carte ([CDP], cap. 4 o [LPW], cap. 2).
5. *La passeggiata aleatoria unidimensionale:* Definizione e proprietà; il principio di riflessione e la probabilità di ritorno in 0; analisi della ricorrenza ([CDP], cap. 2 e [F], cap. 3).
6. *La rovina del giocatore:* calcolo della probabilità di perdita e vincita in un gioco di scommesse ([F], cap. 14 o [LPW], cap. 2)
7. *Catene di Markov - teoria:* Probabilità condizionata e sue proprietà; definizione di catena di Markov e sua classificazione; distribuzioni stazionarie e teorema ergodico ([F], cap. 15 o [LPW], cap.1).
8. *Catene di Markov - esempi e applicazioni:* I modelli di Eherenfest e di Bernoulli-Laplace ([F], cap. 15 o [LPW], cap. 2); il processo di ramificazione di Galton-Watson ([F], cap. 12).

9. *Cenni sul metodo Monte Carlo*: Definizione di catene di Markov Monte Carlo (MCMC); esempi di applicazione ai problemi di ottimizzazione ([LPW], cap. 3).

Testi di riferimento

- [CDP] F. Caravenna, P. Dai Pra. *Probabilità. Un primo corso attraverso modelli e applicazioni*, Springer (2013).
- [F] W. Feller. *An Introduction to Probability Theory and its Applications. I Volume*, Third edition, Wiley (1968).
- [LPW] D. A. Levin, Y. Peres, E. L. Wilmer, *Markov Chains and Mixing Times*, American Mathematical Society, Providence, RI (2009). Reperibile online.