

MATEMATICA DISCRETA

PROF. F. BOTTACIN

Calcolo combinatorio

Esercizio 1. Sia A un insieme con n elementi. Quanti sono i sottoinsiemi di A di cardinalità m ? (con $m \leq n$)

Esercizio 2. Sia A un insieme con n elementi. Quante sono le relazioni su A ?

Esercizio 3. Siete riusciti a ottenere un file PDF contenente le risposte del vostro prossimo esame scritto. Purtroppo quando provate a aprirlo vi viene richiesta una password, che ovviamente non conoscete. Il file è stato prodotto con una versione non troppo recente di Acrobat, che usava password di 40 bit. Quante password dovete provare per essere sicuri di aprire il file? E se il file fosse stato prodotto con una versione più recente di Acrobat che usa password di 128 bit?

Esercizio 4. Quanti sono gli anagrammi, non necessariamente di senso compiuto, delle parole “ADULTO”, “RAGAZZO”, “RAGAZZA”?

Esercizio 5. Si dimostri che, per ogni intero $n \geq 1$, si ha

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \cdots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n.$$

Esercizio 6. Si dimostri che, per ogni intero $n \geq 1$, si ha

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \cdots + (-1)^{n-1} \binom{n}{n-1} + (-1)^n \binom{n}{n} = 0.$$

Esercizio 7. Si consideri una griglia rettangolare, con n righe e m colonne. Un punto si muove sulla griglia partendo dall'angolo in basso a sinistra e gli unici movimenti possibili sono “verso l'alto” e “verso destra”. Quanti cammini diversi esistono che portano il punto fino all'angolo in alto a destra della griglia?

Esercizio 8. Dovete scoprire una password procedendo per tentativi. Le uniche informazioni di cui disponete è che la lunghezza della password è compresa tra 1 e 6 (inclusi) e che i caratteri utilizzati appartengono all'insieme $\{a, b, \dots, z, A, B, \dots, Z, 0, 1, 2, \dots, 9\}$. Quanti tentativi dovete effettuare per avere la certezza di trovare la password corretta?