

Corso di Matematica 2F per la Laurea in Fisica - esercizi per casa del 21 febbraio 2006

Cognome Nome Matricola

Lo studente è tenuto a consegnare l'elaborato svolto e firmato non più tardi di **Venerdì 24 febbraio 2006**, secondo le regole stabilite (alla lezione del mattino oppure non oltre le ore 13.00 nella casella della posta a nome "Candilera", al quarto piano del Dip. Matematica, edificio Paolotti).

Lo studente dichiara di aver svolto autonomamente l'elaborato presente. Firma:

Notazione: Nel seguito si indicheranno con n_1, n_2, \dots, n_6 le cifre del numero di matricola (ad esempio, se il proprio numero di matricola è 521043, $n_1 = 5, n_2 = 2, n_3 = 1, n_4 = 0, n_5 = 4, n_6 = 3$).

Esercizio (16 punti). Si determinino $n, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ in modo che $n_6 - n$ ed $n_5 - m$ siano multipli interi di 4. Si considerino in $\mathbb{A}(\mathbb{R}^4)$ le sottovarietà lineari di equazioni

$$\mathbb{L}_t : \begin{cases} (t+1)x_1 + mx_3 + x_4 = -m \\ (1+t)x_1 - tx_2 + mx_3 + (1-m)x_4 = -t^2 \end{cases}, \quad \mathbb{M}_t : \begin{cases} tx_2 + tx_4 = t^2 - t \\ (1+t)x_1 + (t+m-n)x_3 + (1-t)x_4 = n - m \end{cases}.$$

- (1) Si determinino le dimensioni delle sottovarietà \mathbb{L}_t ed \mathbb{M}_t al variare di t in \mathbb{R} .
- (2) Si determini per ogni valore di $t \in \mathbb{R}$ la sottovarietà lineare $\mathbb{L}_t \cap \mathbb{M}_t$ esibendone una rappresentazione parametrica.
- (3) Si mostri che, quando $\mathbb{L}_t \cap \mathbb{M}_t$ è un punto, tali punti sono tutti contenuti in una curva piana, \mathcal{C} , e si scrivano delle equazioni cartesiane per tale curva.
- (4) Nel caso in $\mathbb{L}_t \cap \mathbb{M}_t$ sia una retta, si indichi con r_t tale retta. Indicato con π il piano contenente la curva \mathcal{C} , si determinino le sottovarietà $r_t \cap \pi$, per gli opportuni valori di t .