
Esame di Geometria 1 – parte II (laurea in Matematica)prova scritta del 5 Settembre 2016

Nome	Cognome	N. Matricola

ESERCIZIO 1. Sia $\phi : V \rightarrow V$ un endomorfismo di V spazio vettoriale di dimensione $n \geq 2$ sul campo \mathbb{C} dei numeri complessi. Supponiamo che ϕ abbia rango 2 e traccia nulla: $\text{tr}(\phi) = 0$. Determinare tutte le possibili forme di Jordan (a meno di similitudine) per un tale ϕ . (Suggerimento: trattare prima i casi $n = 2$ e $n = 3$ e poi $n > 3$).

ESERCIZIO 2. Si consideri \mathbb{E}^3 munito del sistema di riferimento ortonormale $\mathcal{R} = \{O; e_1, e_2, e_3\}$.

(1) Si mostri che la rigidità ρ la cui matrice associata nel sdr \mathcal{R} è:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2/5 & 3/5 & 0 & -4/5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2/5 & 4/5 & 0 & 3/5 \end{pmatrix}$$

è una rotazione, si trovino equazioni cartesiane del suo asse h e il coseno dell'angolo di rotazione.

- (2) Determinare tutti i possibili sistemi di riferimento euclidei con stessa origine O di \mathcal{R} e tali che la matrice associata a ρ in tali sistemi di riferimento sia sempre R .
- (3) Determinare la matrice della riflessione ortogonale di asse $\pi : x + 5y = 1$ e classificare la rigidità $\rho\sigma$.
- (4) Calcolare la distanza tra l'origine O e il piano $\pi : x + 5y = 1$. Determinare i vertici di un quadrato tale che: un lato sia contenuto in π , una coppia di lati sia parallela all'asse delle z e un vertice coincida con l'origine.

ESERCIZIO 3. Nello spazio affine $\mathbb{A}^4(\mathbb{R})$ col riferimento canonico $\mathcal{R} = \{O; e_1, \dots, e_4\}$ si considerino le sottovarietà lineari

$$\sigma : O + e_1 + 3e_3 + \langle e_2, e_1 + e_4 \rangle \quad \pi_\alpha : \begin{cases} \alpha x_1 + x_3 = 0 \\ (\alpha + 1)x_2 + x_4 = 0 \end{cases} \quad \mathbb{L} : \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (a) Si determini la posizione reciproca di σ e π_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$;
- (b) Determinare, se esiste e se è unico, un piano δ passante per $P = O + 2e_3$ tale che $\dim(\delta \vee \pi_0) = \dim(\delta \vee \sigma) = 3$. (Il piano π_0 corrispondente a $\alpha = 0$ ha equazioni $x_3 = 0 = x_2 + x_4$).
- (c) Esiste un'affinità f tale che: ogni punto di σ sia punto unito per f , $f(\pi_0) = \pi_{-1}$ e $f(\pi_{-1}) = \pi_0$? (π_0 e π_{-1} sono i piani corrispondenti ai valori $\alpha = 0$ e $\alpha = -1$ rispettivamente).
- (d) Esiste un'affinità g tale che: ogni punto di σ sia punto unito per g , $g(\pi_0) = \mathbb{L}$ e $g(\mathbb{L}) = \pi_0$?

NON SCRIVERE NELLO SPAZIO SOTTOSTANTE

1	2	3
---	---	---