
Esame di Geometria 1 – parte II (laurea in Matematica)prova scritta del 14 Giugno 2017

Nome	Cognome	N. Matricola

ESERCIZIO 1. Nello spazio euclideo \mathbb{E}^3 col riferimento canonico $\mathcal{R} = \{O; e_1, e_2, e_3\}$ si consideri il piano $\pi : x + 5y - 2z = 15$.

(a) Si determini la matrice rispetto al sistema di riferimento \mathcal{R} della riflessione σ di asse π .

(b) Si consideri la rigidità f la cui matrice rispetto a \mathcal{R} è: $\alpha_{\mathcal{R}, \mathcal{R}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Si classifichi la rigidità $f \circ \sigma$ indicandone (nel caso di rotazione o glissorotazione) asse e angolo e se ne determinino le sottovarietà lineari unite.

(c) Denotiamo con V_π lo spazio direttore del piano π e sia $w \in V_\pi$. Detta t_w la traslazione di vettore w si classifichi la rigidità $t_w \circ f \circ \sigma$ e se ne determinino i punti uniti.

ESERCIZIO 2. Nello spazio euclideo \mathbb{E}^4 col riferimento canonico $\mathcal{R} = \{O; e_1, e_2, e_3, e_4\}$ si considerino le sottovarietà lineari

$$r : O + e_2 + \langle 5e_1 - e_4 \rangle \quad \mathbb{L} : \begin{cases} 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ x_2 + x_3 - x_4 = 7 \end{cases}$$

- (1) Determinare tutte le coppie di punti di minima distanza fra r e \mathbb{L} e la distanza $d(r, \mathbb{L})$. Determinare le equazioni cartesiane di una retta incidente sia r che \mathbb{L} ed ortogonale ad entrambe. Tale retta è unica?
- (2) Determinare l'equazione cartesiana di un iperpiano τ contenente r e tale che $d(r, \mathbb{L}) = d(\tau, \mathbb{L})$.
- (3) Si determini la proiezione ortogonale della retta r su \mathbb{L} .
- (4) Si dimostri che il quadrilatero di vertici

$$A = O + e_2, \quad B = O + 5e_1 + e_2 - e_4, \quad C = O + 6e_1 + e_2 - e_4, \quad D = O + e_1 + e_2$$

è un parallelogrammo e se ne determini l'area.

ESERCIZIO 3. Nello spazio euclideo $\mathbb{E}^n(\mathbb{R})$ si consideri un rigidità f che abbia almeno un punto unito. Si dimostri che ogni sottovarietà lineare unita per f contiene almeno un punto unito.

NON SCRIVERE NELLO SPAZIO SOTTOSTANTE

1	2	3
---	---	---