

Programma del Corso di Matematica 2 Mod A

Insiemi e strutture algebriche di base

- Insiemi, sottoinsiemi, inclusione, operazioni tra i sottoinsiemi, prodotto cartesiano ed insieme delle parti
- Funzioni e loro grafico, le applicazioni associate f_* e f^* .
- Funzioni iniettive, suriettive e biettive, Teorema sull'invertibilità delle funzioni.
- Relazioni. Relazioni di equivalenza e partizioni, insieme quoziente, Teorema di omomorfismo per insiemi.
- Relazioni di preordine e di ordine parziale e totale. Buon ordinamento.
- Equipotenza, operazioni tra le cardinalità. Formula di inclusione-esclusione. Insiemi infiniti ed insiemi numerabili. Non numerabilità dell'insieme dei numeri reali
- Confronto tra la cardinalità di un insieme e quella della sua potenza.
- Teorema di Cantor–Schröder–Bernstein (solo enunciato).
- Cenni di Combinatoria. Disposizioni e combinazioni. Fattoriale, coefficiente binomiale etc.
- I numeri naturali ed il loro buon-ordinamento. Operazioni tra i numeri naturali. Proprietà Archimedeana.
- Principio di induzione (prima e seconda forma) e sue applicazioni. Formula del binomio di Newton.
- Definizione dei numeri interi. Ordinamento e valore assoluto. Divisione con resto.
- Massimo Comun Divisore e minimo comune multiplo, Algoritmo di Euclide^(*), Identità di Bezout^(*). Teorema Fondamentale dell'Aritmetica^(*).
- Anelli e Corpi numerici, definizioni e prime proprietà. Corpo dei quozienti di un anello integro^(*). Costruzione del corpo dei numeri razionali. Corpi ordinati.
- Congruenze ed anello delle classi resto modulo n . Corpi primi. Risoluzione di Congruenze. Teorema cinese del resto^(*).
- Numeri complessi ed operazioni. Valore assoluto e coniugio. Rappresentazione algebrica e rappresentazione trigonometrica di un numero complesso. Argomento. Piano di Gauss.
- Formule di De Moivre, radici dell'unità, Teorema Fondamentale dell'Algebra (solo enunciato).

Spazi Vettoriali

- Definizione ed esempi fondamentali
- Definizione ed esempi di sottospazi. Criteri per sottospazi. Sottospazio generato. Intersezione e somma di sottospazi. Somma diretta.
- Spazio vettoriale quoziente^(*), proiezione canonica.
- Dipendenza ed indipendenza lineare.
- Base di uno spazio vettoriale, definizione e prime proprietà.
- Esistenza di basi e loro cardinalità. Lemma di scambio^(*) e sue conseguenze. Dimensione di uno spazio vettoriale.
- Coordinate associate ad una base (ordinata). Equazioni parametriche e cartesiane per un sottospazio
- Relazioni di Grassmann^(*)

Applicazioni Lineari e Matrici

- Applicazioni lineari. Nucleo ed immagine di un'applicazione lineare. Rango di un'applicazione lineare e Formula delle dimensioni^(*).
- Iniettività e suriettività di un'applicazione lineare. Isomorfismi.
- Primo Teorema di Isomorfismo.
- Lo spazio vettoriale $\text{Hom}_C(V, W)$ ^(*). Composizione di funzioni lineari.
- Matrici. Lo spazio vettoriale $M_{m \times n}(C)$ e la sua base canonica. Prodotto di matrici. Matrici scalari e matrici diagonali. Matrici invertibili. Il gruppo $GL(n, C)$.
- Matrice associata ad un'applicazione lineare.
- L'isomorfismo $\alpha_{V, W} : \text{Hom}_C(V, W) \rightarrow M_{m \times n}(C)$.
- Composizione di applicazioni lineari e prodotto di matrici.
- Matrici di cambiamento di base. Equivalenza tra matrici.
- Rango di una matrice. Matrice trasposta di una matrice data.
- Spazio vettoriale duale ed applicazione trasposta^(*).

Sistemi Lineari

- Sistemi lineari. Scrittura matriciale ed interpretazione vettoriale. Teorema di Rouché–Capelli.
- Tecnica di Eliminazione (Gauss). Matrici Elementari ed operazioni elementari sulle righe. Equivalenza per righe e matrici a scalini.

(*) : Indica argomenti che devono essere noti a tutti, la cui dimostrazione o i dettagli della costruzione devono essere conosciuti per ottenere un voto migliore.