
Istituzioni di Matematiche I (CH-CI-MT)

I° foglio di esercizi

ESERCIZIO 1. Si dica per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

- (a) $2x - 7 = |x + 1|$;
- (b) $|4x + 5| = |8x - 3|$;
- (c) $|x - 3|^2 - 4|x - 3| > 12$;
- (d) $1 - x < (1 - |x|)^2$;
- (e) $\sqrt{(3x - 2)^2} = 2 - 3x$;
- (f) $\left| \frac{x + 5}{2 - x} \right| < 6$;
- (g) $\frac{x - 1}{x + 2} < \frac{2x + 1}{x + 1}$;
- (h) $|x - |x|| \geq 1$;
- (i) $\frac{|x| - x}{x^2 - |x| + 2} < 1$;
- (j) $\log \left| \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}} \right| < 0$;
- (k) $\log \left| \frac{x - 1}{x^2 + 1} \right| < 0$;
- (l) $\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} > 0$;
- (m) $\sqrt{\cos x - \sin x} > 1$;
- (n) $0 < \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} \leq 1$.
- (o) $\frac{\cos 2x}{\sin 2x + \cos x} \leq 0$.

ESERCIZIO 2. Si dica per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

- (a) $\sin 2x + \sin 4x = 0$;
- (b) $\operatorname{tg} 2x - 2 \cos x = 0$;
- (c) $\cos^2 2x - \cos^2 x = 0$;
- (d) $\sin 2x(2 \sin x - 1) = 2 \cos x$;
- (e) $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{3} + x) = \operatorname{tg}(\frac{\pi}{3} - x) + 4$;
- (f) $\sin(\frac{2\pi}{3} + x) + \sin(\frac{\pi}{3} - x) = 1$;
- (g) $\sin x > 2 \cos^2 x - 1$;
- (h) $\sin 3x = 1 - 3 \sin x - \cos 2x$.

ESERCIZIO 3. Si indichino con t_C e t_F le misure della temperatura fatte rispettivamente in gradi Celsius e Fahrenheit. Sapendo che

	t_C	t_F
ghiaccio fondente	0	32
ebollizione	100	212

si scrivano la funzione lineare che esprime t_F in funzione di t_C e la sua inversa. Si esprima in gradi Fahrenheit la temperatura umana normale ($36.5^\circ C$).

ESERCIZIO 4. Si disegnino i seguenti sottoinsiemi del piano \mathbb{R}^2 .

- (a) $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x+y}{x-y} \geq 0 \right\}$;
- (b) $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{y-x^2}{x+y} > 0 \right\}$;
- (c) $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x+y < 0, x^2+y^2 = 1 \right\}$;
- (d) $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \geq \frac{1}{2}, x^2+y^2 = 1 \right\}$;
- (e) $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sin x - y \leq 0, y \leq 2 \right\}$;
- (f) $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \cos x \leq y \leq \sin x + 2 \right\}$;
- (g) $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x \leq y \leq 2\sin(x-3), x \in [0, 5] \right\}$.

ESERCIZIO 5. Si Considerino i sottoinsiemi del piano

$$S_1 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y < \frac{1}{2x} \right\} \quad \text{ed} \quad S_2 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 < y < \sqrt{x} \right\}$$

e si disegni nel piano il sottoinsieme $S_1 \cap S_2$.

ESERCIZIO 6. Per ciascuna delle seguenti disuguaglianze, si determini un intero n_0 tale che la disuguaglianza sia soddisfatta per $n > n_0$.

- (a) $\left| \frac{2n}{2n-1} - 1 \right| < 0.01$;
- (b) $\left| \frac{3n^2+4}{2n^2+1} - \frac{3}{2} \right| < 0.01$;
- (c) $|\sqrt{n+1} - \sqrt{n}| < 0.01$.

ESERCIZIO 7. Si dica per quali $x \in \mathbb{R}$ è definita la funzione

$$(x - \sin x)^{\sin x}.$$

ESERCIZIO 8. Si dica per quali $x \in \mathbb{R}$ è definita la funzione

$$\log(\log(\cos x + \sin x)).$$