

**MATEMATICA 2 per Informatica**  
**Seconda prova scritta, 17 giugno 2003**

**TEMA B**

**Esercizio 1**

Sia dato il sottospazio  $U = \langle \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \rangle$  di  $\mathbb{R}^3$ . Determinare una base ortogonale di  $U$ .

**Esercizio 2**

Sia data la matrice  $A = \begin{bmatrix} -1 & 8 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & -8 & 1 \end{bmatrix}$ .

Stabilire se  $A$  è diagonalizzabile ed, in caso affermativo, trovare una matrice invertibile  $P$  tale che  $P^{-1}AP$  sia diagonale.

**Esercizio 3**

Sia data la matrice  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ . Determinare una base per lo spazio  $\text{row}A$  delle righe e una base per lo spazio immagine  $\text{im}A$ .

**Esercizio 4**

La matrice  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  è diagonalizzabile sul campo dei numeri reali? E sul campo dei numeri complessi? Giustificare le risposte.

**Esercizio 5**

Si scriva la definizione di matrice ortogonale. La matrice  $P$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

è ortogonale? Perché?