Programma del Corso di
FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA
a.a. 2011-2012

INGEGNERIA CIVILE

SQUADRE 1 e 2

Campi, Numeri reali e Numeri complessi.
Teorema fondamentale dell'algebra.

R-spazi vettoriali: definizione ed esempi.
Lo spazio vettoriale $\mathbf{R}^n$; lo spazio vettoriale $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbf{R})$ delle matrici m, n ad entrate reali. Sottospazi vettoriali. Esempi e controesempi.
Combinazioni lineari e generatori di uno spazio vettoriale.
Spazi vettoriali finitamente generati: esempi e controesempi.
Lo spazio vettoriale dei polinomi in una variabile a coefficienti reali.
Vettori linearmente indipendenti.
Il numero di elementi di un insieme di vettori linearmente é sempre minore del numero di elementi di un insieme di generatori.
Basi di uno spazio vettoriale.
Esistenza di una base di uno spazio vettoriale finitamente generato. Ogni insieme di vettori linearmente indipendendenti puo' essere completato in una base.
Dimensione di uno spazio vettoriale.
Intersezione e somma di sottospazi. Somma diretta di sottospazi vettoriali.
Teorema del completamento della base.
Formula di Grassmann e sue applicazioni.
Applicazioni lineari tra spazi vettoriali: definizione, esempi e controesempi.
Costruzione di applicazioni lineari, condizioni di esistenza e/o unicità.
Teorema delle dimensioni e sue conseguenze.
Studio di una applicazione lineare: nucleo e immagine.
Matrici associate ad una applicazione lineare.
Iniettività e suriettività di una applicazione lineare.
Rango di una matrice.
Sistemi lineari.
Teorema di Rouché Capelli.
Operazioni elementari sulle righe di una matrice.
Riduzione di una matrice in forma a scala. Applicazione alla risoluzione dei sistemi lineari.
Sistemi lineari parametrici.
Metodo di riduzione di Gauss
Composizione di applicazioni lineari e matrice associata.
Prodotto di matrici.
Matrici invertibili e calcolo dell'inversa di una matrice.
Cambiamenti di base.
Matrici simili.
Determinante e sue proprietà. Calcolo del determinante.Minori algebrici. metodo di Cramer.
Autovalori e autovettori.
Autospazi e loro proprietà.
Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore e relazione fra di esse.
Matrici diagonalizzabili: definizione, esempi, controesempi.
Diagonalizzabilità su $\mathbf{R}^r$: condizioni necessarie e sufficienti.
Studio della diagonalizzabilità di una matrice dipendente da uno o più parametri.

Prodotto scalare. Prodotto scalare euclideo su $\mathbf{R}^n$.
Ortogonalità, complemento ortogonale di un sottospazio.
Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.
Proiezioni ortogonali.
Esempi di isometrie. Matrici ortogonali.
Matrici simmetriche: definizione ed esempi.
Diagonalizzazione di matrici simmetriche: il caso 2 e 3 dimensionale.

Il piano affine $A^2(\mathbf{R})$. Lo spazio affine tridimensionale $A^3(\mathbf{R})$.
Sottovarietà lineari in $A^2(\mathbf{R})$ e $A^3(\mathbf{R})$.
Posizione reciproca di sottovarietà lineari in $A^2(\mathbf{R})$ e $A^3(\mathbf{R})$.
Sistemi di riferimento nel piano e nello spazio affine. Cambiamenti di riferimento.
Proprietà metriche nel piano e nello spazio: generalità.
Ortogonalità di sottovarietà lineari.
Distanza tra sottovarietà lineari nel piano e nello spazio euclidei; punti di minima distanza.Il prodotto esterno

ffl ffl