

**Perche' quando costruiamo una derivazione possiamo sempre applicare per prime (dal basso verso l'alto) le regole di formazione ?**

L'argomento e' molto semplice.

*Consideriamo per esempio un sequente che contiene  $A \& B$  a destra:  $\Gamma \vdash A \& B$ . Vogliamo mostrare che se esiste una derivazione, ne esiste sempre una che termina proprio con l'introduzione di  $A \& B$ .*

Da quello che e' stato visto a lezione (introduzione dei connettivi), segue che

esiste una derivazione di  $\Gamma \vdash A \& B$   
se e solo se  
esiste una derivazione di  $\Gamma \vdash A$  ed esiste una derivazione di  $\Gamma \vdash B$ .

Quindi in particolare:

- se e' possibile costruire una derivazione di  $\Gamma \vdash A \& B$ , di qualunque forma, allora e' possibile costruire le due derivazioni:

$$\frac{\vdots}{\Gamma \vdash A} \quad \text{e} \quad \frac{\vdots}{\Gamma \vdash B}$$

Ora applichiamo  $\&$ -formazione:

$$\frac{\frac{\vdots}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\vdots}{\Gamma \vdash B}}{\Gamma \vdash A \& B}$$

Quindi: se esiste una derivazione di  $\Gamma \vdash A \& B$ , ne esiste una che ha  $A \& B$  come ultima formula introdotta.

- Se non e' possibile costruire una derivazione che ha  $A \& B$  come ultima formula introdotta, significa che non c'e' una derivazione di  $\Gamma \vdash A$  oppure non c'e' una derivazione di  $\Gamma \vdash B$ . Ma allora non c'e' nemmeno una derivazione di  $\Gamma \vdash A \& B$ .