

COGNOME:

NOME:

Ad ogni esercizio e' associato, a titolo indicativo, un punteggio (espresso in 30esimi).

**Esercizio 3.** Ricordiamo che questo tipo di esercizio non ha una soluzione univoca.

1. (4.5punti) *“Chi studia passa l'esame. Qualche studente non studia. Quindi qualche studente non passa l'esame.”*

Utilizzando un'opportuna formalizzazione, dire se l'argomento e' corretto (specificare in che logica). In caso affermativo, fornire la derivazione.

Assumiamo come dominio l'insieme degli studenti.

2. (10.5 punti) *“Bernardo ama Alice. Bernardo ama tutte le donne che non sono complicate. Bernardo, se ama, ama una sola donna.”*

Assumendo come dominio l'insieme delle donne, formalizzare la frase sopra. Si utilizzi il predicato

$BA(x)$ : Bernardo ama x

ed ogni altro predicato che si ritenga necessario.

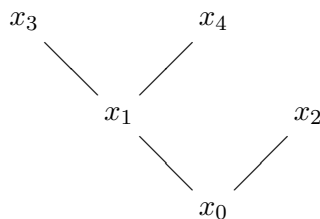
Dire quale/quali delle seguenti affermazioni sono conseguenza della prima frase, specificando in che logica. Fornire la derivazione di quella/quelle deduzioni che ritenete corrette.

- “Alice come donna non e' complicata.”*
- “Esistono donne che non sono complicate”*
- “Quando una donna non e' complicata, siamo sicuri che e' Alice”*

**Esercizio 4.** (9 punti) Consideriamo i sequenti  $\Gamma \vdash \Delta$  le cui formule sono tutte costruite usando solo i connettivi  $\&$  e  $\vee$ . Dimostrare (per induzione sulla struttura delle derivazioni) che se  $\Gamma \vdash \Delta$  e' derivabile in LJ, allora  $\Gamma$  e' non vuoto.

Indicare dove viene usata l'ipotesi induttiva.

**Esercizio 5.** (9 Punti) Considerate un linguaggio proposizionale generato dalla costante  $\perp$  e dalle proposizioni atomiche  $P, Q$ . Considerate inoltre il seguente albero  $T$ .



Definite  $V_{Atm}()$  come segue

$$\begin{aligned} V_{Atm}(P) &= \{x_3\} \\ V_{Atm}(Q) &= \{x_3, x_2\} \end{aligned}$$

- Verificate che la proposizione  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$  non e' valida in  $T$ .
- Definire, se possibile,  $V'_{Atm}$  in modo che la proposizione al punto 1 sia valida in  $T$ .
- Dire se  $V_{Atm}$  rende la proposizione  $P \&(P \rightarrow Q) \rightarrow Q$  valida in  $T$ .
- Definire, se possibile,  $V''_{Atm}$  in modo che la proposizione al punto 3 non sia valida in  $T$ .

**Esercizio EXTRA** (7 punti)

1. Dare una definizione induttiva di lista (scegliere costanti e simboli di funzione). Gli elementi della lista sono presi in un insieme  $S$  dato (potrebbero essere interi, stringhe, caratteri... non specifichiamo).
2. Data la precedente definizione di lista, definire la lunghezza di una lista.
3.
  - Definire la concatenazione di due liste (Sugg: induzione sulla prima lista).
  - Dimostrare che date due liste  $l1, l2$  abbiamo che  $lunghezza(concatena(l1, l2)) = lunghezza(l1) + lunghezza(l2)$ . (Sugg: induzione sulla prima lista).
4. Introdurre nel linguaggio
  - un simbolo di funzione Testa, che vogliamo descriva l'operazione che presa una lista, restituisce la testa della lista,
  - ed un simbolo di funzione Coda, che vogliamo corrisponda all'operazione che presa una lista, restituisce la coda della lista.

Formalizzare nel linguaggio queste due operazioni (cioè descriverle in formule).