F.A.Q.

Cose e' *esattamente* una variabile libera? Per banale che sia... e' libera una variabile non legata.

E' legata una variabile quantificata, cioe' una variabile che compare nello scope di un quantificatore. Per esempio, in $\forall x A(y, x)$, x e' legata, y e' libera.

Importante. Ricordare che quando passiamo da B(x) a B(z) intendiamo che sostituiamo z a tutte le occorrenze libere di x in B. Quindi:

Se x e' libera in B[1]: $\dfrac{\vdash Bz}{\vdash \forall x Bx}$ Se x non e' libera in B[2]: $\dfrac{\vdash B}{\vdash \forall x B}$

1: ***Se non e' specificato*** che *x non e' libera* in B, ed abbiamo una formula come $\forall x B$ conviene scrivere x esplicitamente: $\forall x Bx$

2: ***Se x non e' libera in B***, sostituire z ad x in B non produce alcun effetto (proprio perche' non ci sono occorrenze libere di x in B).

Va bene questa derivazione? (ERRORE COMUNE)

$$\dfrac{\dfrac{\ldots}{Az \vee C \vdash \exists x(Ax \vee C)}\ NOOO!!}{\exists Ax \vee C \vdash \exists x(Ax \vee C)}$$

NOOOO!!!! Le regole operano **solo** sul connettivo o quantificatore piu' esterno (top level). Per accedere ad $\exists Ax$ a sinistra, dobbiamo prima decomporre il connettivo $\vee$.

Un altro errore comune e' questo:

$$\dfrac{\neg\neg Az \vdash ...}{\neg\neg\forall x Ax \vdash ...}\ NOOO!!$$

Se senti la tentazione di decomporre un quantificatore che e' interno ad un altro connettivo o quantificatore, resisti...

Posso sostituire una formula con una equivalente? NO. Il motivo e' che il calcolo si interessa a costruire una derivazione, non tanto a stabilire la "validita" di una formula.

Ci da' qualche esercizio difficile per prepararci al compitino? Gli esercizi davvero utili per prepararsi al compitino sono le derivazioni in LJ proposte a lezione o nei tre laboratori. *Non cercate cose strane in internet* Non sapete nemmeno se valgono in LJ...

Per gli studenti che proprio non possono trattenersi dal lavorare piu' del necessario, aggiungo un paio di esercizi sotto.

Ancora qualche esercizio delicato o impegnativo Nel primo e secondo esercizio attenzione a rispettare la solita condizione. Il terzo esercizio e' impegnativo.

1. $\exists x \forall y A(x, y) \vdash \forall y \exists x A(x, y)$
2. $\exists x Ax\ \&\ \exists x B \vdash \exists x(Ax \& B)$,**x non libera in B.** Cosa succederebbe se x fosse libera in B?
3. $\forall x(Ax \vee Bx) \vdash \forall x Ax \vee \exists x Bx$