

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 1 e 4

Appello del 17.07.2012

TEMA 1

Esercizio 1 [9 punti] Data la funzione

$$f(x) = \left| \frac{x-2}{x+3} \right| e^{|x-2|}$$

- (a) determinarne il dominio ed eventuali simmetrie, calcolarne i limiti agli estremi del dominio e determinarne gli eventuali asintoti;
- (b) calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f ; calcolare i limiti di f' negli eventuali punti di non derivabilità;
- (c) calcolare f'' e dimostrare che esiste $M > 0$ tale che $f''(x) > 0$ se $|x| > M$;
- (d) disegnarne un grafico qualitativo.

Esercizio 2 [8 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan\left(1 - \cos \frac{1}{x}\right) - \sin \frac{1}{2x^2} - e^{-x}}{\ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) - \arctan \frac{1}{x^2}}.$$

Esercizio 3 [10 punti] (a) Calcolare l'ordine di infinito per $x \rightarrow 3$ della funzione

$$g(x) = \frac{x}{9 - x^2};$$

b) dire per quali $\alpha \geq 0$ converge l'integrale

$$I = \int_0^3 \frac{x}{(9 - x^2)^\alpha} dx;$$

c) calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 4 [5 punti] Risolvere l'equazione

$$|z + 2i| = \left| |z| - 2 \right|$$

e disegnarne le soluzioni sul piano complesso.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 1 e 4

Appello del 17.07.2012

TEMA 2

Esercizio 1 [9 punti] Data la funzione

$$f(x) = \left| \frac{x+2}{x-3} \right| e^{|x+2|}$$

- (a) determinarne il dominio ed eventuali simmetrie, calcolarne i limiti agli estremi del dominio e determinarne gli eventuali asintoti;
- (b) calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f ; calcolare i limiti di f' negli eventuali punti di non derivabilità;
- (c) calcolare f'' e dimostrare che esiste $M > 0$ tale che $f''(x) > 0$ se $|x| > M$;
- (d) disegnarne un grafico qualitativo.

Esercizio 2 [8 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x} + \sin\left(\cos \frac{1}{x} - 1\right) + \arctan \frac{1}{2x^2}}{\ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) + \sin \frac{1}{x^2}}.$$

Esercizio 3 [10 punti] (a) Calcolare l'ordine di infinito per $x \rightarrow 2$ della funzione

$$g(x) = \frac{x}{4 - x^2};$$

b) dire per quali $\alpha \geq 0$ converge l'integrale

$$I = \int_0^2 \frac{x}{(4 - x^2)^\alpha} dx;$$

c) calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 4 [5 punti] Risolvere l'equazione

$$|z - 3i| = \left| |z| - 3 \right|$$

e disegnarne le soluzioni sul piano complesso.