ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 5.02.2013

TEMA 1

Esercizio 1 [10 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \arcsin \sqrt{1 - 2\log^2 x}.$$

1) Determinare il dominio di f e discuterne il segno.
2) Discutere brevemente la continuità e la derivabilità di f.
3) Calcolare f', determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali punti di estremo.
4) Calcolare i limiti significativi di f'.
5) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [8 punti] Al variare di $x \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} \left(\frac{4x}{1+x^2} \right)^n.$$

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{\log 8}^{+\infty} \frac{\sqrt{e^x + 1}}{e^x - 3}\, dx.$$

Esercizio 4 [6 punti] Calcolare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left(\frac{2z+1}{2z-1} \right)^3 = 1,$$

scriverle in forma algebrica e rappresentarle nel piano complesso.

Esercizio 5 [facoltativo] Sia $f \in C([0,1])$ una funzione continua. Calcolare il limite

$$\lim_{n \to \infty} n \int_{\frac{1}{n^2}}^{\frac{1}{n}} f(x) dx.$$

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 5.02.2013

TEMA 2

Esercizio 1 [10 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \arcsin \sqrt{1 - \frac{\log^2 x}{2}}.$$

1) Determinare il dominio di f e discuterne il segno.
2) Discutere brevemente la continuità e la derivabilità di f.
3) Calcolare f', determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali punti di estremo.
4) Calcolare i limiti significativi di f'.
5) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [8 punti] Al variare di $x \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{-8x}{4+x^2} \right)^n.$$

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3}\, dx.$$

Esercizio 4 [6 punti] Calcolare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left(\frac{2z+1}{1-2z} \right)^3 = -1,$$

scriverle in forma algebrica e rappresentarle nel piano complesso.

Esercizio 5 [facoltativo] Sia $f \in C([0,1])$ una funzione continua. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to\infty} n \int_{\frac{1}{n^2}}^{\frac{1}{n}} f(x) dx.$$

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 5.02.2013

TEMA 3

Esercizio 1 [10 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin\sqrt{1 - 2\log^2 x}.$$

1) Determinare il dominio di f e discuterne il segno.
2) Discutere brevemente la continuità e la derivabilità di f.
3) Calcolare f', determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali punti di estremo.
4) Calcolare i limiti significativi di f'.
5) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [8 punti] Al variare di $x \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} \left(\frac{12x}{9 + x^2} \right)^n.$$

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{\log 5}^{+\infty} \frac{\sqrt{e^x + 4}}{e^x + 5}\, dx.$$

Esercizio 4 [6 punti] Calcolare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left(\frac{3z + 1}{3z - 1} \right)^3 = 1,$$

scriverle in forma algebrica e rappresentarle nel piano complesso.

Esercizio 5 [facoltativo] Sia $f \in C([0,1])$ una funzione continua. Calcolare il limite

$$\lim_{n \to \infty} n \int_{\frac{1}{n^2}}^{\frac{1}{n}} f(x) dx.$$

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 5.02.2013

TEMA 4

Esercizio 1 [10 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin\sqrt{1 - \frac{\log^2 x}{3}}.$$

1) Determinare il dominio di f e discuterne il segno.

2) Discutere brevemente la continuità e la derivabilità di f.

3) Calcolare f', determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali punti di estremo.

4) Calcolare i limiti significativi di f'.

5) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [8 punti] Al variare di $x \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{-4x}{1+x^2} \right)^n.$$

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{\log 8}^{+\infty} \frac{\sqrt{e^x - 4}}{e^x - 5} \, dx.$$

Esercizio 4 [6 punti] Calcolare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left(\frac{3z+1}{1-3z} \right)^3 = 1,$$

scriverle in forma algebrica e rappresentarle nel piano complesso.

Esercizio 5 [facoltativo] Sia $f \in C([0,1])$ una funzione continua. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to\infty} n \int_{\frac{1}{n^2}}^{\frac{1}{n}} f(x) dx.$$

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.