

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 3.02.2014

TEMA 1

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{2x}{\log|x| - 1}\right).$$

- 1) Determinare il dominio e discutere l'eventuale simmetria ed il segno di f .
- 2) Calcolare i limiti significativi di f , determinarne gli asintoti e discuterne brevemente la continuità.
- 3) Calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo di f .
- 4) Calcolare i limiti significativi di f' e studiare la derivabilità di f in $x = 0$.
- 5) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [9 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sinh x^\alpha - \cos(\sqrt{x}) \log(1 + \sin x)}{\log \cos 2x + x^3 \log x}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 3 [9 punti] Studiare la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{(x+2)^{\frac{\alpha-1}{2}} (4+x)^{2\alpha}} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e calcolarlo per $\alpha = 1$.

Esercizio 4 [5 punti] Sia $f(z) = 2iz^2$, $z \in \mathbb{C}$. Sia $A = \{\alpha(1+i) : \alpha \in \mathbb{R}\}$. Si determinino l'insieme $A_1 = \{f(z) : z \in A\}$ e l'insieme $A_2 = \{z \in \mathbb{C} : f(z) \in A\}$ e li si rappresentino nel piano di Gauss.

Esercizio 5 [facoltativo] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{|\sin x|}{x^\alpha + 1} dx \right)^2$$

al variare di $\alpha > 0$.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 3.02.2014

TEMA 2

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{3x}{\log|x| - 2}\right).$$

- 1) Determinare il dominio e discutere l'eventuale simmetria ed il segno di f .
- 2) Calcolare i limiti significativi di f , determinarne gli asintoti e discuterne brevemente la continuità.
- 3) Calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo di f .
- 4) Calcolare i limiti significativi di f' e studiare la derivabilità di f in $x = 0$.
- 5) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [9 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x^\alpha + \cosh(\sqrt{x}) \log(1 - \sinh x)}{\log \cosh 3x + x^3 \log x}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 3 [9 punti] Studiare la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan 2x}{(x+3)^{\frac{\alpha-1}{3}} (x+2)^{2\alpha}} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e calcolarlo per $\alpha = 1$.

Esercizio 4 [5 punti] Sia $f(z) = 4iz^2$, $z \in \mathbb{C}$. Sia $A = \{\alpha(1-i) : \alpha \in \mathbb{R}\}$. Si determinino l'insieme $A_1 = \{f(z) : z \in A\}$ e l'insieme $A_2 = \{z \in \mathbb{C} : f(z) \in A\}$ e li si rappresentino nel piano di Gauss.

Esercizio 5 [facoltativo] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{|\sin x|}{x^\alpha + 1} dx \right)^2$$

al variare di $\alpha > 0$.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 3.02.2014

TEMA 3

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{4 - \log|x|}\right).$$

- 1) Determinare il dominio e discutere l'eventuale simmetria ed il segno di f .
- 2) Calcolare i limiti significativi di f , determinarne gli asintoti e discuterne brevemente la continuità.
- 3) Calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo di f .
- 4) Calcolare i limiti significativi di f' e studiare la derivabilità di f in $x = 0$.
- 5) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [9 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(\sqrt{x}) \log(1 + \sin x) - \sin x^\alpha}{\log \cos \frac{x}{2} + x^3 \log x}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 3 [9 punti] Studiare la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan 2x}{(x+1)^{2(\alpha-1)}(x+3)^{2\alpha}} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e calcolarlo per $\alpha = 1$.

Esercizio 4 [5 punti] Sia $f(z) = 2z^2/i$, $z \in \mathbb{C}$. Sia $A = \{\alpha(1-i) : \alpha \in \mathbb{R}\}$. Si determinino l'insieme $A_1 = \{f(z) : z \in A\}$ e l'insieme $A_2 = \{z \in \mathbb{C} : f(z) \in A\}$ e li si rappresentino nel piano di Gauss.

Esercizio 5 [facoltativo] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{|\sin x|}{x^\alpha + 1} dx \right)^2$$

al variare di $\alpha > 0$.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 3.02.2014

TEMA 4

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan \left(\frac{2x}{2 - \log|x|} \right).$$

- 1) Determinare il dominio e discutere l'eventuale simmetria ed il segno di f .
- 2) Calcolare i limiti significativi di f , determinarne gli asintoti e discuterne brevemente la continuità.
- 3) Calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo di f .
- 4) Calcolare i limiti significativi di f' e studiare la derivabilità di f in $x = 0$.
- 5) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [9 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cosh(\sqrt{x}) \log(1 - \sin x) + \sin x^\alpha}{\log \cosh \sqrt{2x} + x^3 \log x}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 3 [9 punti] Studiare la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{(x+2)^{\frac{\alpha-1}{4}} (5+x)^{2\alpha}} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e calcolarlo per $\alpha = 1$.

Esercizio 4 [5 punti] Sia $f(z) = 4z^2/i$, $z \in \mathbb{C}$. Sia $A = \{\alpha(1+i) : \alpha \in \mathbb{R}\}$. Si determinino l'insieme $A_1 = \{f(z) : z \in A\}$ e l'insieme $A_2 = \{z \in \mathbb{C} : f(z) \in A\}$ e li si rappresentino nel piano di Gauss.

Esercizio 5 [facoltativo] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{|\sin x|}{x^\alpha + 1} dx \right)^2$$

al variare di $\alpha > 0$.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.