ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 2, 3, 4

Appello del 20.02.2015

TEMA 1

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sin(2x)} e^{-\left(\frac{1}{|\tan(2x)|}\right)}$$

nell'intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$.
(a) Si determinino il dominio D di f e le eventuali simmetrie; si determinino i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti; se ne studino la continuità e gli eventuali prolungamenti per continuità;
(b) se ne studi la derivabilità, si calcoli la derivata e si studi la monotonia di f; si determinino gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e si calcolino i limiti significativi di f';
(c) si dimostri che f è periodica, se ne calcoli il periodo e si disegni un grafico qualitativo di f (ripetendolo per periodicità).

Esercizio 2 [9 punti] (a) Calcolare l'ordine di infinitesimo di

$$e^{x-x^2} - \cos(\alpha x) - \sin x$$

per $x \to 0$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$;
(b) calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x-x^2} - \cos(\alpha x) - \sin x}{\sinh x - \log(1 + \sin x)}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 [9 punti] Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_0^1 x e^{2x} \left(e^{2x} - 1\right)^{\alpha/2} dx$$

converge e calcolarlo per $\alpha = -1$.

Esercizio 4 [5 punti] Si risolva la disequazione

$$\mathrm{Re}\Big((z+i)^2\Big) \le \mathrm{Im}\Big(i(\bar{z} - 2i)^2\Big)$$

e se ne disegni l'insieme delle soluzioni nel piano di Gauss.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 2, 3, 4

Appello del 20.02.2015

TEMA 2

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{-1}{\sin(4x)} e^{-\left(\frac{1}{|\tan(4x)|}\right)}$$

nell'intervallo $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$.
(a) Si determinino il dominio D di f e le eventuali simmetrie; si determinino i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti; se ne studino la continuità e gli eventuali prolungamenti per continuità;
(b) se ne studi la derivabilità, si calcoli la derivata e si studi la monotonia di f; si determinino gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e si calcolino i limiti significativi di f';
(c) si dimostri che f è periodica, se ne calcoli il periodo e si disegni un grafico qualitativo di f (ripetendolo per periodicità).

Esercizio 2 [9 punti] (a) Calcolare l'ordine di infinitesimo di

$$1 + \log(1 + x + x^2) - \cosh(\alpha x) - \sinh x$$

per $x \to 0$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$;
(b) calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 + \log(1 + x + x^2) - \cosh(\alpha x) - \sinh x}{\log(1 + \arctan x) - \sinh x}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 [9 punti] Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_0^1 x e^{x/2} \left(e^{x/2} - 1\right)^{2\alpha} dx$$

converge e calcolarlo per $\alpha = -1/4$.

Esercizio 4 [5 punti] Si risolva la disequazione

$$\mathrm{Re}\Big((z - 2i)^2\Big) \geq \mathrm{Im}\Big(i(\bar{z} + i)^2\Big)$$

e se ne disegni l'insieme delle soluzioni nel piano di Gauss.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 2, 3, 4

Appello del 20.02.2015

TEMA 3

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sin(x/2)} e^{-\left(\frac{1}{|\tan(x/2)|}\right)}$$

nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$.
(a) Si determinino il dominio D di f e le eventuali simmetrie; si determinino i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti; se ne studino la continuità e gli eventuali prolungamenti per continuità;
(b) se ne studi la derivabilità, si calcoli la derivata e si studi la monotonia di f; si determinino gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e si calcolino i limiti significativi di f';
(c) si dimostri che f è periodica, se ne calcoli il periodo e si disegni un grafico qualitativo di f (ripetendolo per periodicità).

Esercizio 2 [9 punti] (a) Calcolare l'ordine di infinitesimo di

$$\arctan x - e^{x^2+x} + \cosh(\alpha x)$$

per $x \to 0$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$;
(b) calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x - e^{x^2+x} + \cosh(\alpha x)}{\sin x + \log(1 - \sinh x)}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 [9 punti] Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_0^{1/2} \frac{xe^{3x}}{(e^{3x} - 1)^{\alpha/4}}\, dx$$

converge e calcolarlo per $\alpha = 2$.

Esercizio 4 [5 punti] Si risolva la disequazione

$$\mathrm{Im}\Big(i(\bar{z} - i + 2)^2\Big) \leq \mathrm{Re}\Big((z - 1 + i)^2\Big)$$

e se ne disegni l'insieme delle soluzioni nel piano di Gauss.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 2, 3, 4

Appello del 20.02.2015

TEMA 4

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{-1}{\sin(x/3)} e^{-\left(\frac{1}{|\tan(x/3)|}\right)}$$

nell'intervallo $[-3\pi, 3\pi]$.
(a) Si determinino il dominio D di f e le eventuali simmetrie; si determinino i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti; se ne studino la continuità e gli eventuali prolungamenti per continuità;
(b) se ne studi la derivabilità, si calcoli la derivata e si studi la monotonia di f; si determinino gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e si calcolino i limiti significativi di f';
(c) si dimostri che f è periodica, se ne calcoli il periodo e si disegni un grafico qualitativo di f (ripetendolo per periodicità).

Esercizio 2 [9 punti] (a) Calcolare l'ordine di infinitesimo di

$$\cos(\alpha x - x^2) + \tan x - \log(1 + x) - 1$$

per $x \to 0$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$;
(b) calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(\alpha x - x^2) + \tan x - \log(1 + x) - 1}{\log(1 + \sin x) - \arctan x}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 [9 punti] Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_0^1 \frac{xe^{x/3}}{(e^{x/3} - 1)^{2\alpha}}\, dx$$

converge e calcolarlo per $\alpha = 1/4$.

Esercizio 4 [5 punti] Si risolva la disequazione

$$\mathrm{Im}\Big(i(\bar{z} + i - 1)^2\Big) \geq \mathrm{Re}\Big((z - 2 - i)^2\Big)$$

e se ne disegni l'insieme delle soluzioni nel piano di Gauss.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.