ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 2, 3, 4

Appello del 18.09.2015

TEMA 1

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = x - 1 + \frac{x-1}{\log|x-1|}.$$

(a) Determinare le eventuali simmetrie ed il dominio D di f, i limiti di f agli estremi di D e i punti in cui è possibile prolungarla per continuità;
(b) determinare gli eventuali asintoti di f;
(c) studiare la derivabilità di f, studiarne la monotonia e determinarne gli eventuali punti di estremo relativo;
(d) studiare graficamente il segno di f;
(e) calcolare i limiti significativi di f';
(f) disegnare un grafico qualitativo di f.

Esercizio 2 [9 punti] Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin\log(1+x^2) - \cosh(\alpha x) + 1 - x^2 e^{-1/x}}{x^5 \log x + x^4}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 [9 punti] Si determinino tutti i parametri $\alpha, \beta > 0$ tali che l'integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-2)^\alpha (x + 2\sqrt{x-2} + 1)^\beta}\, dx$$

converga e lo si calcoli per $\alpha = 1/2$ e $\beta = 1$.

Esercizio 4 [5 punti] Si risolva la disequazione

$$\mathrm{Re}\,(z+1)\Big(\mathrm{Re}\,(z^2) - 2\mathrm{Re}\,(\bar{z}^2) + 2\big(\mathrm{Im}\,(iz)\big)^2\Big) \le \mathrm{Re}\Big(z + \frac{2}{1+i}\Big)$$

e se ne disegni l'insieme delle soluzioni nel piano di Gauss.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 2, 3, 4

Appello del 18.09.2015

TEMA 2

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = 2 - x - \frac{x-2}{\log|x-2|}.$$

(a) Determinare le eventuali simmetrie ed il dominio D di f, i limiti di f agli estremi di D e i punti in cui è possibile prolungarla per continuità;
(b) determinare gli eventuali asintoti di f;
(c) studiare la derivabilità di f, studiarne la monotonia e determinarne gli eventuali punti di estremo relativo;
(d) studiare graficamente il segno di f;
(e) calcolare i limiti significativi di f';
(f) disegnare un grafico qualitativo di f.

Esercizio 2 [9 punti] Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sinh\log(1-x^2) - \cos(\alpha x) + 1 - xe^{-1/x}}{x^4 - x^6\log x}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 [9 punti] Si determinino tutti i parametri $\alpha, \beta > 0$ tali che l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^\alpha (x + 4\sqrt{x-1} + 2)^\beta}\, dx$$

converge e lo si calcoli per $\alpha = 1/2$ e $\beta = 1$.

Esercizio 4 [5 punti] Si risolva la disequazione

$$\mathrm{Re}\,(z-1)\Big(\mathrm{Re}\,(\bar{z}^2) - 2\mathrm{Re}\,(z^2) + 2\big(\mathrm{Im}\,(iz)\big)^2\Big) \geq \mathrm{Re}\Big(z - \frac{2}{1-i}\Big)$$

e se ne disegni l'insieme delle soluzioni nel piano di Gauss.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.