

Ingegneria Meccanica, Canale 2
Prova scritta di Analisi Matematica 1

Padova, 21.1.2020

TEMA 1

1) [8 punti] Data la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{2-x}} \frac{1}{x-2},$$

- a) determinare il dominio D e studiare il segno di f ;
- b) determinare i limiti di f agli estremi di D e studiare la prolungabilità di f ;
- c) calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; (FACOLTATIVO) calcolare i limiti significativi di f' ;
- d) disegnare un grafico qualitativo di f .

2) [7 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cosh(x + x^2) - e^{\frac{x^2}{2}}}{(\operatorname{tg} x)^\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

3) [6 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} n \log(n+1)}{n^2}.$$

4) [9 punti] Data l'equazione differenziale

$$y' = (1 - y)^2 \frac{t + 1}{t^2 + 4},$$

- a) determinarne le soluzioni costanti;
- b) calcolare la soluzione y che soddisfa la condizione $y(0) = 0$.

5) (**Facoltativo**) Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n n!}{(2n)!}.$$

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

Ingegneria Meccanica, Canale 2
Prova scritta di Analisi Matematica 1

Padova, 21.1.2020

TEMA 2

1) [8 punti] Data la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{x+1}} \frac{1}{x+1},$$

- a) determinare il dominio D e studiare il segno di f ;
- b) determinare i limiti di f agli estremi di D e studiare la prolungabilità di f ;
- c) calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; (FACOLTATIVO) calcolare i limiti significativi di f' ;
- d) disegnare un grafico qualitativo di f .

2) [7 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos(x + x^2)}{(\operatorname{arctg} x)^\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

3) [6 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} n \log(n-1)}{n^2}.$$

4) [9 punti] Data l'equazione differenziale

$$y' = (y+2)^2 \frac{2t-1}{t^2+9},$$

- a) determinarne le soluzioni costanti;
- b) calcolare la soluzione y che soddisfa la condizione $y(0) = 0$.

5) (**Facoltativo**) Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n n!}{(2n)!}.$$

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.