

Ingegneria Meccanica, Canale 2
Prova scritta di Analisi Matematica 1

Padova, 6.7.2020

1) [8 punti] Data la funzione

$$f(x) = \frac{|x^{\frac{3}{2}} - 8|}{\sqrt{x}},$$

- a) determinare il dominio D , i limiti di f agli estremi di D e l'eventuale asintoto obliquo;
- b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; calcolare i limiti significativi di f' ;
- c) calcolare la derivata seconda e studiare la concavità e la convessità di f ;
- d) disegnare un grafico qualitativo di f .

2) [7 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| n \sin \frac{1}{n} - e^{\frac{-1}{n^2}} \right|^{\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

3) [9 punti] Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_1^{\log 4} (x-1)^{\alpha} \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^{2x} - e^2}} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e calcolarlo per $\alpha = 0$.

4) [8 punti] Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = \sin t,$$

- a) dire se ammette soluzioni costanti;
- b) determinarne l'integrale generale;
- c) determinarne la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$;
- d) dire se ammette soluzioni periodiche di periodo 2π .

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.