

**Ingegneria Meccanica, Canale 2**  
**Prova scritta di Analisi Matematica 1**

Padova, 3.9.2020

1) [8 punti] Data la funzione

$$f(x) = \frac{|\operatorname{sen} x|}{\sqrt{2} \operatorname{sen} x - 1} \quad \text{per } x \in [0, 2\pi],$$

- a) determinarne il dominio  $D$  (nell'intervallo  $[0, 2\pi]$ ), studiarne il segno e calcolarne i limiti agli estremi di  $D$ ;
- b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di  $f$ ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; calcolare i limiti significativi di  $f'$ ;
- c) disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

2) [7 punti] Studiare la convergenza assoluta e la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{n} (\operatorname{tg} x)^n$$

al variare di  $x \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ .

3) [8 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^x - 1)^2 - \operatorname{senh}^2 x}{\operatorname{sen} 2x^\alpha - x^3}$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

4) [9 punti] Data l'equazione differenziale

$$y'(t) = \frac{t}{(t-1)(t^2+1)} (y^2(t) + 4),$$

- a) dire se ammette soluzioni costanti;
- b) determinarne la soluzione che soddisfa la condizione iniziale  $y(0) = 0$ ;
- c) specificare l'intervallo più grande in cui tale soluzione è definita.

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.